

112 年度縣市學生學習能力檢測

數學三年級施測結果報告

國立臺中教育大學

National Taichung University of Education

測驗統計與適性學習研究中心

中華民國 112 年 12 月

目 錄

壹、背景與目的	1
一、背景	1
二、目的	1
貳、參與縣市與檢測規模	2
參、檢測對象與檢測工具	3
一、檢測對象	3
二、檢測工具	4
肆、試題分析與教學建議	6
伍、整體學力表現分析	87
一、不同背景變項學生整體學力表現分析	87
二、國民小學三年級學生於不同學習重點之答對率表現	90
陸、整體教學建議	96
柒、附錄	111

壹、背景與目的

一、背景

測驗與評量是教育歷程中十分重要的一環，透過學力檢測可協助師生瞭解學生之學習成效與升學進路，及早發現待加強學生並啟動積極性教學介入，教育當局亦能評估施行的相關政策，透過調節教育資源來強化發展教學成效。

107 年開始，桃園市等五縣市以委託形式，由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心協助辦理縣市學生學習能力檢測試題研發暨資料分析工作，108 年起，改以中心自辦學力檢測研發，各縣市依需求參與形式運作，112 年度有基隆市、新北市、桃園市、新竹縣、新竹市、苗栗縣、臺中市、南投縣、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣以及金門縣等十六縣市共同參與，檢測對象為國民中小學三年級至八年級學生，檢測科目包含國語文、數學和英語文。

此份報告係根據檢測分析結果撰寫，現場教師可據以瞭解學生於各評量向度之表現情形，進而對學生進行適性適才之教學；教育決策者亦可更精準的將相關資源挹注於需求性相對較高的教育現場，讓教育和教學有效的朝「把每一個孩子帶上來」的方向前進。

二、目的

- (一) 測驗專責單位統一研發試題，降低各縣市命題壓力和研發成本。
- (二) 國民小學及國民中學學生學習能力檢測分析結果，協助教師瞭解學生學習概況以及科目內有待加強之內容向度。
- (三) 不同背景變項國民小學及國民中學學生學習能力表現之差異分析，可做為學校輔導或教育政策研擬之參考。

貳、參與縣市與檢測規模

本年度縣市學生學習能力檢測於 112 年 5 月 25 日進行，數學三年級施測人數為 49,031 人。各縣市在數學三年級之詳細參與情形如下表 2-1 所示。

表 2-1 112 年度國民小學學生學習能力檢測數學三年級縣市參與人數摘要表

參與縣市	報考學生人數	到考人數	缺考人數
基隆市	2,509	2,423	86
新竹縣	6,506	6,292	214
新竹市	5,163	5,020	143
苗栗縣	4,612	4,482	130
雲林縣	4,933	4,736	197
嘉義縣	2,762	2,680	82
臺南市	15,326	14,828	498
屏東縣	5,709	5,450	259
花蓮縣	2,578	2,487	91
金門縣	638	633	5
總計	50,736	49,031	1,705

參、檢測對象與檢測工具

一、檢測對象

112 年參與國立臺中教育大學所承辦「國民小學數學三年級學生學習能力檢測」者為基隆市、新竹縣、新竹市、苗栗縣、雲林縣、嘉義縣、臺南市、屏東縣、花蓮縣及金門縣等十縣市之國民小學三年級學生（未排除資源班及特殊生），應考名冊羅列 50,736 人、實際施測人數 49,031 人，其中男生 25,179 人、女生 23,765 人、未填寫性別 87 人，整體缺考率約為 3.4%。

根據教育部統計處資料顯示，111 學年我國國民小學學校數為 2,671 校，參與本次學力檢測計 1,041 校，約佔全國國民小學總校數之 39%。參照傅仰止、蘇國賢、吳齊殷、廖培珊、謝淑惠（2018）對臺灣鄉鎮市區類型研究之分類，由於該計畫未包含金門縣和連江縣，本中心參考傅仰止等人（2018）研究的因子及縣市地區的人口結構，將金門縣鄉鎮市區類型分類。本次參與數學三年級學力檢測學校之 1,041 校中隸屬：

- ✓ 都會核心者(人口密度、專科以上教育、青壯年人口及服務業百分比最高)15 校。
- ✓ 工商市區 (僅次於都會核心之商業高度發展地區) 131 校。
- ✓ 新興市鎮(同時具有活絡的工業生產活動以及商業服務和相關工作能力) 144 校。
- ✓ 傳統產業市鎮 (就業人口供給較低、老年居民較多，僅能固守既有的傳統產業) 168 校。
- ✓ 低度發展鄉鎮 (就業人口及教育程度低，老年人口偏多，無明顯工商業活動與發展) 324 校。
- ✓ 高齡化鄉鎮 (工商服務相關屬性最低，較低人口密度與教育程度) 155 校。
- ✓ 偏遠鄉鎮 (低度工商業發展，存有最低層教育程度及人數稀少的居民) 104 校。

二、檢測工具

「國民小學數學三年級學生學習能力檢測」(以下簡稱學力檢測)是由國立臺南大學教育系教授邀集臺南市現職國民小學教師組成命題團隊，一同編製、檢視而成。本次學力檢測試題包括「評量指標 - 知識向度」與「評量指標 - 認知向度」等兩個向度。其中，評量指標 - 知識向度包含數與計算、量與實測、空間與形狀以及關係等四個指標；評量指標 - 認知向度包含概念理解、程序執行與解題思考等三個指標。學力檢測施測之正式題本總題數為 25 題，試題評量架構與試題各面向之題數分布如表 3-1 所示。

表 3-1 數學領域三年級正式題本評量指標架構與試題之題數分布

知識向度 \ 認知向度	認知向度		
	概念理解	程序執行	解題思考
數與計算	7	2	7
量與實測	-	1	1
空間與形狀	1	-	4
關係	1	-	1

命題團隊為顧及試題分布之均衡性，依概念理解、程序執行與解題思考等三個評量指標 - 認知向度；數與計算、量與實測、空間與形狀以及關係等四個評量指標 - 知識向度，二個面向進行測驗試題之設計。「**數與計算**」包括 10000 以內的數(含位名及位值單位換算)、加、減直式計算、乘以及除一位數、兩步驟應用問題(加減與除、連乘)、同分母分數，比較與加減、四則估算、整數數線；「**量與實測**」包括容量(公升、毫升)、重量(公斤、公克)，含實測、量感、估算與計算、單位換算、角與角度；「**空間與形狀**」包括正方形與長方形、圓、幾何形體操作；「**關係**」包括數量模式與推理。詳細試題內容於各評量指標之分布題數如表 3-2 所示。

表 3-2 數學領域三年級施測正式題本於評量指標之題數分析

向度	學習重點	題數	題號	
數與計算	概念理解	N-3-4、N-3-11、N-3-1、 N-3-8、N-3-1、N-3-9、 N-3-4	7	04、08、09、14、 19、21、24
	程序執行	N-3-2、N-3-3	2	02、16
	解題思考	N-3-7、N-3-11、N-3-9、 N-3-7、N-3-5、N-3-7、 N-3-2	7	03、06、07、11、 12、15、17
量與實測	程序執行	N-3-16	1	22
	解題思考	N-3-15	1	10
空間與 形狀	概念理解	S-3-2	1	05
	解題思考	S-3-1、S-3-3、S-3-3、 S-3-1	4	18、20、23、25
關係	概念理解	R-3-2	1	1
	解題思考	R-3-2	1	13

肆、試題分析與教學建議






本報告先分析「112年國民小學數學三年級學生學習能力檢測」結果，再針對各試題提供相關建議，本試卷信度 Cronbach's alpha 值為 0.77，具一致性、穩定性及可靠性。

整份試卷未作答、連續五題以上未作答或答對率低於 0.25，且作答反應中有疑似亂答為無效樣本者予以刪除，資料整理後納入分析之有效樣本數為 44,467 人，其中各科試題分析結果呈現時所涉及的名詞分別定義如表 4-1：

表 4-1 試題分析名詞解釋

試題分析名詞	解釋
高分組	參與測驗有效樣本總分排名前 27%之學生。
低分組	參與測驗有效樣本總分排名後 27%之學生。
選答率	參與測驗有效樣本於此試題選答各選項之比率。
通過率	參與測驗有效樣本之試題答對率。
鑑別度	高分組試題答對率與低分組試題答對率之差。

試題代碼：本次學力檢測試題分析報告中，每道數學題幹均配有一組試題代碼「112-Mn₁-□n₂-n₃」。其中，M 表示「數學科」；n₁ 表示「n₁年級」；□表示「知識向度」(A：數與計算；B：量與實測；C：空間與形狀；D：關係)；n₂ 表示「認知向度」(1：概念理解；2：程序執行；3：解題思考)；n₃ 表示「題號」(01 表示第 1 題)。

題號	試題代碼		答案				
1	112-M3-D1-01		1				
學習重點	R-3-2 數量模式與推理 (I)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目標。可結合表格教學 (D-3-1)。						
知識向度	關係	認知向度	概念理解				
題目	<p>想一想，下一個是什麼圖案？</p>  <p>① </p> <p>② </p> <p>③ </p> <p>④ </p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：96%
	全 體	0.96	0.03	0.00	0.01	0.00	
	高分組	0.98	0.01	0.00	0.00	0.00	鑑別度：0.08
	低分組	0.91	0.05	0.01	0.02	0.00	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定 4 個一循環的 9 個圖像，要求學生選出第 10 個圖像，評量學生一維變化模式推理的能力。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 96%，高分組答對率 98%，低分組答對率 91%，鑑別度 0.08。 2. 96% 的學生選擇正確答案①；3% 的學生選擇②；0% 的學生選擇③；1% 的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.08，正確答案為選項①，通過率為96%，顯示近十成的學生已具備一維變化模式推理的能力。
2. 有3%的學生選擇②(低分組有5%)，這些學生可能不理解題意；也可能尚未具備一維變化模式推理的能力。
3. 有1%的學生選擇④(低分組有2%)，這些學生可能不理解題意；也可能尚未具備一維變化模式推理的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	D-2-1 分類與呈現：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現資料、生活物件或幾何形體。討論分類之中還可以再分類的情況。 備註：非正式表格與統計圖表教學(見D-1-1備註)。可配合平面圖形與立體形體教學(S-2-2)。	R-3-2 數量模式與推理(1)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目標。可結合表格教學(D-3-1)。	R-4-2 四則計算規律(1)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不理解題意。
2. 學生可能沒有察覺圖像是4個一循環。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 三年級首次引入數量模式與推理，希望學生透過觀察數列、一維圖表等，能說出一維變化模式之規律；找出一維變化模式的下一項，並說明理由。

2. 以問題「想想看，第 4 個圖形有幾個圈？○○○、○○○○、○○○○○」為例，本學習內容只要求學生找出下一個圖形有 6 個圈，並說明理由即可，不必要求學生找出其它項，例如不必找出第 18 個圖形是什麼。

3. 教師提供數列讓學生討論時，並沒有定義數列的一般項，因此當我們只給定數列前幾項時，可以有許多定義數列的方法。

以「2、3、5、□、□」為例，下面都是合理的答案。

(1) 2、3、5、8、12 (3 比 2 多 1、5 比 3 多 2、8 比 5 多 3、12 比 8 多 4)

(2) 2、3、5、8、13 ($2+3=5$ 、 $3+5=8$ 、 $5+8=13$)

(3) 2、3、5、10、20 ($2+3=5$ 、 $2+3+5=10$ 、 $2+3+5+10=20$)

(4) 2、3、5、7、11 (將質數由小至大依序排列)

教師提供數列讓學生討論時，應接受不同的合理答案，但學生只要能說出一種合理的答案即可。

題號	試題代碼		答案				
2	112-M3-A2-02		1				
學習重點	N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。 備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。						
知識向度	數與計算	認知向度	程序執行				
題目	算算看看， $5000 - 3286 = ?$ ① 1714 ② 1824 ③ 2714 ④ 8286						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：92%
	全 體	0.92	0.04	0.04	0.01	0.00	
	高分組	0.97	0.01	0.01	0.00	0.00	鑑別度：0.15
	低分組	0.82	0.08	0.08	0.02	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是整千減四位數的減法計算題，要求學生算出答案，評量學生減法直式計算的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 92%，高分組答對率 97%，低分組答對率 82%，鑑別度 0.15。							
2. 92%的學生選擇正確答案①；4%的學生選擇②；4%的學生選擇③；1%的學生選擇④。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.15，正確答案為選項①，通過率為92%，顯示超過九成的學生已具備減法直式計算的能力。							
2. 有4%的學生選擇②(低分組有8%)，這些學生可能不具備減法直式計算的能力，在退位時計算錯誤。							

3. 有4%的學生選擇③(低分組有8%)，這些學生可能不具備減法直式計算的能力，在退位時計算錯誤。
4. 有 1%的學生選擇④(低分組有 2%)，這些學生可能已具備減法直式計算的能力，但是看錯題目，利用加法來解題。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-2 加減算式與直式計算：用位值理解多位數加減計算的原理與方法。初期可操作、橫式、直式等方法並陳，二年級最後歸結於直式計算，做為後續更大位數計算之基礎。直式計算的基礎為位值概念與基本加減法，教師須說明直式計算的合理性。	N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。 備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。	R-4-2 四則計算規律(1)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備減法直式計算的能力，在退位時計算錯誤。
2. 學生可能誤解題意，利用加法來解題。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 N-3-2 為 N-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。本學習內容是整數加、減直式計算的總結，要求學生熟練整數加、減的直式計算。
2. 以退位減法計算問題「537 - 251」為例，在說明減法退位計算時，教師經常用「向百位借 1」的說法，這種說法並不正確，因為借了並沒有還回來。建議教師改用「拿一個 100換 10 個 ⑩」的說法。

3.一年級加減法教學重點：基本加減法。

二年級加減法教學重點：二位數的加減直式計算(含進位及退位)；三位數的加減直式計算(不含兩次退位)。

三年級加減法教學重點：四位數以內的加減直式計算；並總結整數的加減直式計算。

4.本學習內容是整數加減直式計算的總結，四年級不再出現與加減法相關的學習內容，教師應幫助學生熟練加減直式計算。因為三年級只引入 10000 以內的數，因此限制和及被減數都必須小於 10000。

5.以退位減法計算問題「1235 - 678」為例，進行個位計算時，因為 5 減 8 不夠減，拿 1 個十換 10 個一之後，有兩種解題的方法，第一種是利用基本加減事實來解題，直接利用 $15 - 8 = 7$ ，算出和的個位數字是 7，第二種是利用拆十來解題，透過 $10 - 8 = 2$ ， $2 + 5 = 7$ ，算出和的個位數字是 7。三年級學生應該已熟記基本加減事實，建議教師幫助學生利用第一種方法來解題。

6.有兩種使用定位板的時機，第一種是溝通數字的位值及位名，第二種是直式計算溝通不同單位的個數，引入定位板時，教師應說明下面三個限制：

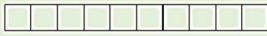

(1) 記錄「幾」個十的時候，只能將「幾」記錄在十位，記錄「幾」個一的時候，只能將「幾」記錄在個位。以「將 3 個十，5 個一記在定位板上」為例，定位板記錄不同單位的個數，因此必須將 3 個十的 3 記在十位，5 個一的 5 記在個位，才能夠溝通不同單位計數的意義。

(2) 一個位置只能記錄 1 個數碼。

十位	個位
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>
3	15

以「將 3 個十，15 個一記在定位板上」為例，將 3 個十的 3 記在十位，將 15 個一的 15 記在個位，如上圖。當定位板存在時，可以清楚的溝通有 3 個十，15 個一，但是脫離定位板記成 315 後，會和三百一十五混淆。因此數學上限制一個位置只能記錄 1 個數碼，必須將 3 個十，15 個一改記成 4 個十，5 個一。

(3) 某位值的個數是 0 時，必須記 0。

十位	個位
	
5	0

以「將 5 個十記在定位板上」為例，將 5 個十的 5 記在十位，如上圖。當定位板存在時，可以清楚的溝通有 5 個十，但是脫離定位板記成 5 後，會和 5 個一混淆，因此數學上限制當個位數字是 0 時，必須在個位上記 0。

題號	試題代碼		答案				
3	112-M3-A3-03		4				
學習重點	N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。						
知識向度	數與計算	認知向度			解題思考		
題目	<p>一盒自動鉛筆有 12 枝，一箱有 6 盒，文具店買進 8 箱，共買進多少枝自動鉛筆？</p> <p>① 26 枝 ② 48 枝 ③ 72 枝 ④ 576 枝</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：69%
	全 體	0.03	0.14	0.14	0.69	0.00	
	高分組	0.00	0.02	0.03	0.95	0.00	鑑別度：0.62
	低分組	0.10	0.28	0.29	0.33	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是連乘兩步驟問題，要求學生算出答案，評量學生連乘兩步驟問題解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 69%，高分組答對率 95%，低分組答對率 33%，鑑別度 0.62。							
2. 69%的學生選擇正確答案④；3%的學生選擇①；14%的學生選擇②；14%的學生選擇③。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.62，正確答案為選項④，通過率為69%，顯示近七成的學生已具備連乘兩步驟問題解題的能力。							

2. 有3%的學生選擇①(低分組有10%)，這些學生可能不理解題意，將連乘兩步驟問題解讀成連加的兩步驟問題。
3. 有14%的學生選擇②(低分組有28%)，這些學生可能不具備連乘兩步驟問題解題的能力，只算出每箱有6盒，8箱共有48盒後就停止解題。
4. 有14%的學生選擇③(低分組有29%)，這些學生可能不具備連乘兩步驟問題解題的能力，僅算出每盒12枝，6盒共72枝後就停止解題。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-8 解題：兩步驟應用問題(加、減、乘)。加減混合、加與乘、減與乘之應用解題。不含併式。不含連乘。	N-3-7 解題：兩步驟應用問題(加減與除、連乘)。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級(N-4-3)。	N-4-3 解題：兩步驟應用問題(乘除、連除)。乘與除、連除之應用解題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生在進行兩步驟應用問題解題時，最常遇到的困難是不知道用「 $12 \times 6 = 72$ 」算出「一箱有72枝自動鉛筆」後，所得到的「72枝」還可以繼續運算，因此只算出一個步驟後就停止解題。建議教師透過分段布題的策略幫助學生解題。
2. 學生可能不理解題意。
如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 N-3-7 為 N-2-8 之後續學習概念，故學生應該已經能夠在具體情境中，解決加、減兩步驟問題；也應該已經能解決先乘後加(減)與先加(減)後乘兩步驟問題。本學習內容延伸兩步驟問題情境至「先除後加及先除後減問題」和「先加後除及先減後除問題」。

2. 單步驟問題是包含一個運算的文字題，兩步驟問題是包含兩個運算的文字題，三步驟問題是包含三個運算的文字題。

二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題；五年級引入三步驟問題。

二年級至四年級的兩步驟問題，以及五年級的三步驟問題，都限制在整數情境，六年級才引入分數及小數的多步驟問題。

3. 本學習內容教學重點是解決連乘的兩步驟問題，並用二個算式記錄解題活動，不討論利用數學性質簡化計算的問題。例如：面對「 $37 \times 25 \times 4$ 」的文字題情境時，不討論先算「 37×25 」與先算「 25×4 」，何種算法較有效率。四年級引入乘法結合律之後，才開始討論簡化計算的問題。

教師不宜命「丙 = 20，甲是乙的 3 倍，乙是丙的 4 倍，請問甲是丙的多少倍？」的問題，「甲是乙的 3 倍」是基準量與比較量關係的描述。

教師應命「丙 = 20，乙的 3 倍和甲一樣大，丙的 4 倍和乙一樣大，請問丙的多少倍和甲一樣大？」的問題，學生較容易將「乙的 3 倍和甲一樣大」記成「 $乙 \times 3 = 甲$ 」。

題號	試題代碼		答案				
4	112-M3-A1-04		4				
學習重點	<p>N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十乘範圍的除法，做為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。</p>						
知識向度	數與計算	認知向度		概念理解			
題目	<p>林阿嬤將 46 塊餅乾分成裝成袋，並用除法算式「$46 \div 7 = 6 \cdots 4$」記錄分裝的結果。</p> <p>下列哪個可能是林阿嬤分裝餅乾的結果？</p> <p>① 分成裝成 6 袋，每袋裝 4 塊餅乾，總共裝滿了 7 袋。</p> <p>② 分成裝成 7 袋，每袋裝 6 塊餅乾，可以全部裝完。</p> <p>③ 每袋裝 7 塊餅乾，總共裝滿了 4 袋，還剩下 6 塊沒有裝完。</p> <p>④ 每袋裝 7 塊餅乾，總共裝滿了 6 袋，還剩下 4 塊沒有裝完。</p>						
選答率	選項	1	2	3	4*	其他	通過率：81%
	全體	0.06	0.06	0.06	0.81	0.00	
	高分組	0.01	0.01	0.01	0.98	0.00	鑑別度：0.45
	低分組	0.16	0.15	0.15	0.53	0.01	
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定除法算式，要求學生選出滿足該算式的合理情境，評量學生除法算式擬題的能力。</p>							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 81%，高分組答對率 98%，低分組答對率 53%，鑑別度 0.45。
2. 81%的學生選擇正確答案④；6%的學生選擇①；6%的學生選擇②；6%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.45，正確答案為選項④，通過率81%，顯示超過八成的學生已具備除法算式擬題的能力。
2. 有6%的學生選擇①(低分組有16%)，這些學生可能不具備除法算式擬題的能力，混淆除數和餘數的意義。
3. 有6%的學生選擇②(低分組有15%)，這些學生可能不具備除法算式擬題的能力，也可能不理解餘數的意義。
4. 有6%的學生選擇③(低分組有15%)，這些學生可能不具備除法算式擬題的能力，混淆商和餘數的意義。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-9 解題：分裝與平分。 以操作活動為主。 除法前置經驗。理解分裝與平分之意義與方法。引導學生在解題過程，發現問題和乘法模式的關連。	N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十十乘法範圍的除法，做為估商的基礎。 備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。	N-3-5 除一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。 備註：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。 N-3-6 解題：乘除應用問題。乘數、被乘數、除數、被除數未知之應用解題。連結乘與除的關係 (R-3-1)。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 可能不具備除法算式擬題的能力。
2. 可能不理解除法算式中「被除數」、「除數」、「商」及「餘數」的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師應幫助學生理解除法算式的意義：
 - (1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
 - (2) 理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。
 - (3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。
2. 運用 N-2-9 的前置經驗，先學習整除（餘數為 0）的情境，從「分裝」和「平分」兩種不同的情境（包含連續量和離散量），理解除法與「商」的意義，並學習除法的橫式記法，為「被除數÷除數=商」（如 $42 \div 6 = 7$ ）。然後再學習有「餘數」的情境，知道「餘數」的意義，並能用橫式記為「 $44 \div 6 = 7$ 餘 2」或「 $44 \div 6 = 7 \dots 2$ 」。
3. 除法問題有兩種記錄的格式：
 - 第一種： $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 。
 - 第二種： $a \div b = a/b$ ， $b \neq 0$ 。五年級引入「整數除以整數、商是分數」問題之前，只處理第一種記錄格式。
4. 「 $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」中，餘數的範圍是「 $0 \leq r < b$ 」，也就是說，剩下 0 個中的 0 也是餘數。
例如「將 12(或 13、14)個蘋果平分給 3 個人」，學生必須解題成功，才知道餘數是 0 (或 1、2)。
建議教師命題時，不論餘數是否為 0，都要同時詢問商數及餘數。例如：
將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？
將 12 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？

題號	試題代碼		答案				
5	112-M3-C1-05		2				
學習重點	S-3-2 正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。 備註：知道如何判斷斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。						
知識向度	空間與形狀	認知向度	概念理解				
題目	<p>下面哪些圖形是長方形？</p> <p>(單位：公分)</p> <p>① 只有丙 ② 只有甲、丙 ③ 只有甲、乙、丙 ④ 只有甲、丙、丁</p>						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：62%
	全體	0.03	0.62	0.06	0.29	0.00	
	高分組	0.01	0.75	0.01	0.23	0.00	鑑別度：0.26
	低分組	0.07	0.49	0.14	0.29	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定四個標示部分邊長與直角記號的圖形，要求學生辨識哪些圖形是長方形，評量學生以邊與角的特徵來定義長方形的能力。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 62%，高分組答對率 75%，低分組答對率 49%，鑑別度 0.26。 2. 62%的學生選擇正確答案②；3%的學生選擇①；6%的學生選擇③；29%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.26，正確答案為選項②，通過率為62%，顯示超過六成的學生已具備以邊及角的特徵來辨識長方形的能力。
2. 有3%的學生選擇①(低分組有7%)，這些學生可能不具備以邊及角的特徵來辨識長方形的能力，這些學生可能知道長方形的對邊等長，但是圖形甲只標示一組長邊和寬邊，因此不認為圖形甲是長方形。
3. 有6%的學生選擇③(低分組有14%)，這些學生可能不具備以邊及角的特徵來辨識長方形的能力，這些學生可能認為有直角的圖形就是長方形。
4. 有29%的學生選擇④(低分組有29%)，這些學生可能不具備以邊及角的特徵來辨識長方形的能力，認為只要對邊等長的圖形就是長方形。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-2-4 平面圖形的邊長：以操作活動與直尺實測為主。認識特殊幾何圖形的邊長關係。含周長的計算活動。	S-3-2 正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。 備註：知道如何判斷斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。	S-4-8 四邊形：以邊與角的特徵(含平行)認識特殊四邊形並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能誤以為只要對邊等長的圖形就是長方形。
2. 學生可能誤以為只要有直角的圖形就是長方形。
3. 學生可能不具備以邊與角的特徵來辨識長方形的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 S-3-2 為 S-2-4 之後續學習概念，故學生應該已經認識給定的正方形、長方形、正三角形、等腰三角形的邊長關係。
本學習內容幫助學生由邊長和角的特性來認識正方形、由邊長和角的特性來認識長方形。

2. 教師常混淆「長方形的定義（如何辨識圖形為長方形）」與「長方形的性質（長方形有哪些特徵）」，誤認為一個四邊形要同時滿足「四個角都是直角，對邊等長、對邊互相平行，對角線互相平分且等長」這些條件，才能辨識這個四邊形是長方形。

數學上利用最少的條件來辨識長方形，一個四邊形，只要四個角都是直角，就能確認該四邊形為長方形。

各版本都定義四個角都是直角的四邊形為長方形，因此只要一個四邊形的四個角都是直角，該四邊形就是長方形。

定義長方形之後，可以探討長方形還有哪些共同特徵，例如長方形對邊等長、長方形對邊互相平行等，都屬於長方形的性質。

3. 各版本的課本都以邊和角的特徵來定義正方形與長方形。

長方形：四個角都是直角的四邊形稱為長方形。

正方形：四個角都是直角且四邊等長的四邊形稱為正方形。

在還沒有定義正方形與長方形之前，教學時討論的都是給定的正方形與長方形，定義正方形與長方形之後，教學時討論的是所有正方形與長方形共同的特徵。

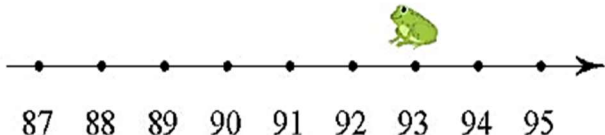
4. 學生可能會認為斜擺的長方形或正方形不是長方形或正方形，教師可協助學生利用直尺和三角板檢查斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。

5. 長方形哪一邊稱為長邊、哪一邊稱為寬邊常引起爭議。數學上並沒有給長邊或寬邊下定義，日常生活中，常見下面三種定義長邊和寬邊的方式。

第一種：因為受到「長」這個關鍵字的影響，稱比較長的那一邊為長邊，比較短的那一邊稱為寬邊。

第二種：由長方形擺放的位置決定長邊和寬邊，將長方形擺正後，稱水平方向的那一邊為長邊，鉛直方向的那一邊為寬邊。這種定義的方式有一個缺點，如果兩個人擺放的方式不相同，他們所稱的長邊和寬邊就不相同。

第三種：因為只要確定長邊和寬邊就能決定一個長方形，因此長邊和寬邊是同等的重要，只要約定其中的一邊為長邊，那麼剩下的另一邊就是寬邊。

題號	試題代碼		答案				
6	112-M3-A3-06		3				
學習重點	N-3-11 整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。 備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法 (N-2-11)，理解在數線上做加、減的意義。						
知識向度	數與計算	認知向度	解題思考				
題目	<p>「如圖，青蛙從位置 93 向左跳 25 格，再向右跳 39 格，最後會停在哪個位置？」</p>  <p>下列哪個算式和答案都是正確的？</p> <p>① $93 + 25 = 118$、$118 + 39 = 157$，答：數字 157</p> <p>② $93 + 25 = 118$、$118 - 39 = 79$，答：數字 79</p> <p>③ $93 - 25 = 68$、$68 + 39 = 107$，答：數字 107</p> <p>④ $93 - 25 = 68$、$68 - 39 = 29$，答：數字 29</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：73%
	全 體	0.06	0.16	0.73	0.05	0.00	
	高分組	0.01	0.06	0.92	0.01	0.00	鑑別度：0.48
	低分組	0.17	0.27	0.44	0.11	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定整數數線上一點及該點往左、右移動的格數，要求學生選出能算出最後該點停留位置的算式，評量學生進行坐標和長度轉換及利用加減算式解題的能力。							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 73%，高分組答對率 92%，低分組答對率 44%，鑑別度 0.48。
2. 73%的學生選擇正確答案③；6%的學生選擇①；16%的學生選擇②；5%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.48，正確答案為選項③，通過率為73%，顯示超過七成的學生已認識整數數線，能進行坐標和長度轉換及利用加減算式解題的能力。
2. 有6%的學生選擇①(低分組有17%)，這些學生可能無法進行坐標和長度轉換及利用加減算式解題的能力，他們都利用加法算式算出往左和往右移動後的坐標。
3. 有16%的學生選擇②(低分組有27%)，這些學生可能無法進行坐標和長度轉換及利用加減算式解題的能力，他們利用加法算式算出往左移動的結果，利用減法算式算出往右移動的結果。
4. 有5%的學生選擇④(低分組有11%)，這些學生可能無法進行坐標和長度轉換及利用加減算式解題的能力，他們都利用減法算式算出往左和往右移動後的坐標。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-11 長度：「公分」、「公尺」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 S-2-3 直尺操作：測量長度。報讀公分數。指定長度之線段作圖。	N-3-11 整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。 備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法 (N-2-11)，理解在數線上做加、減的意義。	N-4-8 數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不認識整數數線。
2. 學生可能不能進行坐標和長度轉換。
3. 學生可能不具備利用加減算式解題的能力。
4. 學生可能混淆左邊和右邊的方向。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

- (1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。
- (2) 和原點 0 的距離是 5。

2. 教師也可以將數線上奇數刻度擦掉，只留下刻度 0、2、4、6、8 等，為後面引入省略部分刻度的數線鋪路。

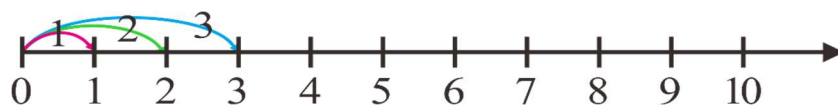
建議教師先討論留下刻度是 0、2、4、6、8 等的數線，再討論留下刻度是 5、10、15 等或其它數字的數線。

3. 教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。

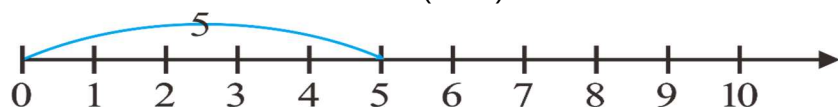
步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是 1(單位)。



步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度的上標示 0，在和 0 距離 1 的刻度的上標示 1，在和 0 距離 2 的刻度的上標示 2，在和 0 距離 3 的刻度的上標示 3，以此類推。



步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是 1(單位)，刻度 5 和 0 的距離是 5(單位)



題號	試題代碼				答案		
7	112-M3-A3-07				1		
學習重點	<p>N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。</p> <p>備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學 (N-4-5)。應區分真分數與假分數之教學 (例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數 (如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況)。</p>						
知識向度	數與計算	認知向度		解題思考			
題目	<p>一盒原子筆有 12 枝，媽媽買了 1 盒，哥哥拿走了 2 枝，姐姐拿了 $\frac{5}{12}$ 盒，請問還剩下多少原子筆？</p> <p>① $\frac{5}{12}$ 盒</p> <p>② $\frac{7}{12}$ 盒</p> <p>③ 7 枝</p> <p>④ 10 枝</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：83%
	全 體	0.83	0.11	0.04	0.02	0.00	
	高分組	0.97	0.02	0.01	0.00	0.00	鑑別度：0.40
	低分組	0.57	0.26	0.10	0.06	0.01	
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定總量及拿走的分量和分數，要求學生算出剩下多少，評量學生離散量情境分數減法解題的能力。</p>							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 83%，高分組答對率 97%，低分組答對率 57%，鑑別度 0.40。
2. 83%的學生選擇正確答案①；11%的學生選擇②；4%的學生選擇③；2%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.40，正確答案為選項①，通過率為83%，顯示超過八成的學生已具備在離散量情境下解決分數減法的能力。
2. 有11%的學生選擇②(低分組有26%)，這些學生可能不具備在離散量情境下解決分數減法的能力；也可能誤解題意，算出哥哥和姐姐共拿走幾盒原子筆。
3. 有4%的學生選擇③(低分組有10%)，這些學生可能不具備在離散量情境下解決分數減法的能力；也可能誤解題意，算出哥哥和姐姐共拿走幾枝原子筆。
4. 有2%的學生選擇④(低分組有6%)，這些學生可能不具備在離散量情境下解決分數減法的能力；也可能不認識分數，只算出題目中兩個整數的差。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-10 單位分數的認識：從等分配的活動（如摺紙）認識單部分為全部的「幾分之一」。知道日常語言「的一半」、「的二分之一」、「的四分之一」的溝通意義。在已等分割之格圖中，能說明一格為全部的「幾分之一」。	N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。 備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學	N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。

			(N-4-5)。應區分真分數與假分數之教學 (例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數(如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況)。	
--	--	--	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備在離散量情境下解決分數減法問題的能力。
2. 本題是離散量情境的減法問題，在離散量情境中使用到總量 1 盒、分量 2 枝及真分數 $\frac{5}{12}$ 盒。學生無法同時掌握 1 盒、1 枝及 $\frac{1}{12}$ 盒這些單位的意義。
3. 學生可能不熟悉分數減法兩步驟問題。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 只要題目中有兩個或兩個以上的單位，教師教學或評量時應強調處理或運算的是甚麼單位，養成學生注意單位的習慣。
2. 分數問題主要包含連續量情境和離散量情境兩部分：

連續量情境：被分割的單位量是連續完整的物件，例如繩子、披薩、果汁、蛋糕等。

離散量情境：被分割的單位量是離散的個物，例如一盒蘋果(6 個)、一袋水餃(10 個)等。

連續量情境真分數命名活動：將 1 條繩子平分剪成 5 段，其中的 2 段是 $\frac{2}{5}$ 條。

離散量情境真分數命名活動：一袋糖果有 10 顆，將 1 袋糖果平分成 10 份，其中的 3 份是 $\frac{3}{10}$ 袋。

在上面的情境中，連續量情境中只有「條」和「段」2 個單位，而離散量情境中有「顆」、「份」和「袋」3 個單位，建議教師先處理連續量情境分數問題，再處理離散量情境分數問題。

3. 分數的做數，也包含連續量和離散量兩部分：

連續量情境：給定一條繩子或一塊披薩，要求畫出 $\frac{3}{4}$ 條繩子或 $\frac{3}{4}$ 塊披薩。

離散量情境：一盒蘋果有 4 顆，要求拿出 $\frac{3}{4}$ 盒蘋果。

4. 以一盒蘋果有 8 顆為例：

將 1 盒蘋果平分成 8 份，其中的 1 份是 1 顆，其中的 1 份是 $\frac{1}{8}$ 盒。

1 份是 1 顆，我們稱單位分數 $\frac{1}{8}$ 盒的內容物 1 顆為單一個物。

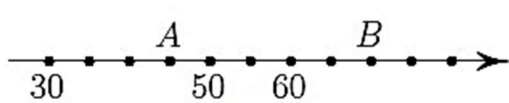
將 1 盒蘋果平分成 4 份，其中的 1 份是 2 顆，其中的 1 份是 $\frac{1}{4}$ 盒。

1 份是 2 顆，我們稱單位分數 $\frac{1}{4}$ 盒的內容物 2 顆為多個個物。

5. 三年級學生可能無法掌握三個單位計數的意義，單位分數內容物為單一個物時，

1 份剛好是 1 顆，學生混淆 1 顆和 1 份兩個單位也能成功的解題。但單位分數內容物為多個個物時，學生常誤認為 1 份為 1 顆。

本基本學習內容首次引離散量情境分數問題，故僅處理單位分數內容物單一個物的問題。

題號	試題代碼		答案				
8	112-M3-A1-08		3				
學習重點	N-3-11 整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。 備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法 (N-2-11)，理解在數線上做加、減的意義。						
知識向度	數與計算	認知向度	概念理解				
題目	下面為數線上之位置 A 和 B 各是多多少？  ① 位置 A 是 49，位置 B 是 62 ② 位置 A 是 48，位置 B 是 64 ③ 位置 A 是 45，位置 B 是 70 ④ 位置 A 是 40，位置 B 是 80						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：78 %
	全 體	0.14	0.03	0.78	0.05	0.00	
	高分組	0.05	0.00	0.93	0.02	0.00	鑑別度：0.39
	低分組	0.26	0.08	0.55	0.11	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定間隔是 5 個單位且端點不是刻度 0 的整數數線及上面兩點，要求學生標示出這兩點的坐標，評量學生是否認識整數數線。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 78%，高分組答對率 93%，低分組答對率 55%，鑑別度 0.39。 2. 78% 的學生選擇正確答案③；14% 的學生選擇①；3% 的學生選擇②；5% 的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.39，正確答案為選項③，通過率為78%，顯示近八成的學生已認識間隔是5個單位且端點不是刻度0的整數數線。
2. 有14%的學生選擇①(低分組有26%)，這些學生可能不認識間隔是5個單位且端點不是刻度0的整數數線；這些學生也可能不理解題意，誤認為題目給定的間格都是以1為單位。
3. 有3%的學生選擇②(低分組有8%)，這些學生可能不認識間隔是5個單位且端點不是刻度0的整數數線；這些學生也可能不理解題意，誤認為題目給定的間格都是以2為單位。
4. 有5%的學生選擇④(低分組有11%)，這些學生可能不認識間隔是5個單位且端點不是刻度0的整數數線；這些學生也可能不理解題意，誤認為題目給定的間格都是以10為單位。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-11 長度：「公分」、「公尺」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 S-2-3 直尺操作：測量長度。報讀公分數。指定長度之線段作圖。	N-3-11 整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。 備註：數線須從0開始。運用長度加減法(N-2-11)，理解在數線上做加、減的意義。	N-4-8 數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不認識間隔是5個單位且端點不是刻度0的整數數線。
2. 學生只熟悉間隔是1個、2個及10個單位的整數數線。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

(1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。

(2) 和原點 0 的距離是 5。

2. 教師也可以將數線上奇數刻度擦掉，只留下刻度 0、2、4、6、8 等，為後面引入省略部分刻度的數線鋪路。

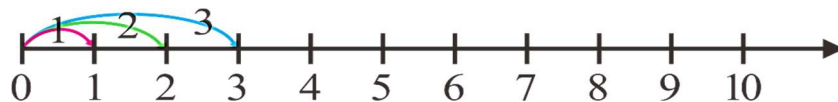
建議教師先討論留下刻度是 0、2、4、6、8 等的數線，再討論留下刻度是 5、10、15 等或其它數字的數線。

3. 教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。

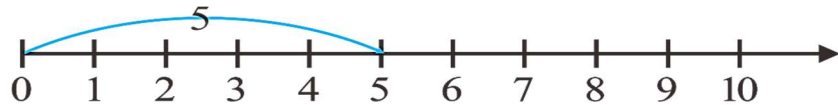
步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是 1(單位)。



步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度上標示 0，在和 0 距離 1 的刻度上標示 1，在和 0 距離 2 的刻度上標示 2，在和 0 距離 3 的刻度上標示 3，以此類推。



步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是 1(單位)，刻度 5 和 0 的距離是 5(單位)



題號	試題代碼		答案				
9	112-M3-A1-09		1				
學習重點	N-3-1 一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。 備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。						
知識向度	數與計算	認知向度		概念理解			
題目	下列哪一個四位數的千位數字比百位數字小，十位數字比個位數字大？ ① 8921 ② 8050 ③ 3567 ④ 1356						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：72%
	全 體	0.72	0.10	0.09	0.09	0.00	
	高分組	0.93	0.03	0.03	0.02	0.00	鑑別度：0.52
	低分組	0.41	0.20	0.19	0.19	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定4個四位數，要求學生選出千位數字比百位數字小且十位數字比個位數字大的數，評量學生是否認識四位數的位名。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 72%，高分組答對率 93%，低分組答對率 41%，鑑別度 0.52。							
2. 72%的學生選擇正確答案①；10%的學生選擇②；9%的學生選擇③；9%的學生選擇④。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.52，正確答案為選項①，通過率為72%，顯示超過七成的學生已認識四位數的位名。							

2. 有10%的學生選擇②(低分組有20%)，這些學生可能不認識四位數的位名。
3. 有9%的學生選擇③(低分組有19%)，這些學生可能不認識四位數的位名。
4. 有9%的學生選擇④(低分組有19%)，這些學生可能不認識四位數的位名。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-1 一千以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「百」。位值單位換算。	N-3-1 一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。 備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。	N-4-1 一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30 萬1200」與「21 萬300」的加減法。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不認識四位數的位名。
2. 學生可能不理解題意。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 二年級已處理過「一」和「十」單位、「一」和「百」的換算以及「十」和「百」單位的換算。
本條目建議以此為基礎，先處理「一」和「千」單位的換算，再處理「百」和「千」單位的換算，最後處理「十」和「千」單位的換算。
2. 進行 1000 以內位值單位的換算，指的是：
能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」，例如將「2357」聚成「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」，以及將「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」，例如將「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」化成「2357」的雙向化聚。

題號	試題代碼		答案				
10	112-M3-B3-10		2				
學習重點	N-3-15 容量：「公升」、「毫升」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公升數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。						
知識向度	量與實測	認知向度			解題思考		
題目	請問：「3 公升 2 毫升」和多少毫升一樣多？ ① 32000 毫升 ② 3002 毫升 ③ 302 毫升 ④ 32 毫升						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：78%
	全 體	0.03	0.78	0.08	0.10	0.00	
	高分組	0.00	0.93	0.04	0.03	0.00	鑑別度：0.35
	低分組	0.09	0.58	0.12	0.20	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定幾公升幾毫升，要求學生回答和多少毫升一樣多，評量學生公升、毫升複名數化成毫升單名數的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 78%，高分組答對率 93%，低分組答對率 58%，鑑別度 0.35。							
2. 78%的學生選擇正確答案②；3%的學生選擇①；8%的學生選擇③；10%的學生選擇④。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.35，正確答案為選項②，通過率為78%，顯示近八成的學生已具備將公升、毫升複名數化成毫升單名數的能力。							

2. 有3%的學生選擇①(低分組有9%)，這些學生可能不具備將公升、毫升複名數化成毫升單名數的能力。
3. 有8%的學生選擇③(低分組有12%)，這些學生可能不具備將公升、毫升複名數化成毫升單名數的能力；也可能誤認為 1 公升=100毫升。
4. 有10%的學生選擇④(低分組有20%)，這些學生可能不具備將公升、毫升複名數化成毫升單名數的能力；也可能誤認為 1 公升=10毫升。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-12 容量、重量、面積：以操作活動為主。此階段量的教學應包含初步認識、直接比較、間接比較(含個別單位)。不同的量應分不同的單元學習。</p> <p>備註：雖然重量部分的教學主要使用天平，但學生仍須實際體驗重量的量感。本條目教學無常用單位(N-3-14、N-3-15、N-3-16)。</p>	<p>N-3-15 容量：「公升」、「毫升」。實測、量感、估測與計算。單位換算。</p> <p>備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公升數限個位數。可使用複名數協助加減計算(複名數不做乘除)。</p>	<p>N-5-15 解題：容積。容量、容積和體積間的關係。知道液體體積的意義。</p> <p>備註：教學中須包含如何以容積的想法求不規則物體的體積。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備將公升、毫升複名數化成毫升單名數的能力。
2. 學生誤認為 1 公升=100毫升或 1 公升=10毫升。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 因為「公升、毫公升」單位間是 1000 倍的關係，建議教師先處理大單位化為小單位的問題，再處理小單位聚成大單位的問題，但兩單位間的化聚限制在整數倍，例如「5 公升=()毫公升」，「3000 毫公升=()公升」。

2. 二年級只進行容量的直接、間接及個別單位比較。

三年級引入容量單位「公升」及「毫公升(毫升)」。

兩單位間的化聚關係，只處理整數倍的化聚；而複名數的加減計算，只處理不進退位的問題。

3. 以長度的單位為例，我國每十倍就會有一個單位的名稱，例如公里、公引、公丈、公尺、公寸、公分、公厘都是長度的單位；公制單位每十倍也會有一個單位的名稱，例如 km(千米)、hm(百米)、dam(十米)、m(米)、dm(分米)、cm(厘米)、mm(毫米)等都是長度的單位，但是日常生活中，並不需要用到這麼多的單位。

以公制長度的基本單位「米」為例，西方人認為 1000 以內的數量都是可以掌握的，因此 13 個「1 米」稱為 13 米即可，並不需要引入新的單位「十米」，將 13 米稱為 1「十米」3「米」；278 個「1 米」稱為 278 米即可，並不需要引入新的單位「百米」和「十米」，將 278 米稱為 2「百米」7「十米」8「米」。當「1 米」的個數超過 1000 個時，才需要引入新的單位「千米」，並將 2465 個「1 米」稱為 2「千米」465「米」。

公制單位是西方人發明的，延伸西方人三位一撇的概念，在長度單位中，經常使用的單位是「千米」、「米」、「毫米」、「微米」、「奈米」，其中「千米」是「米」的 1000 倍，「米」是「毫米」的 1000 倍、「毫米」是「微米」的 1000 倍、「微米」是「奈米」的 1000 倍，也就是說，經常使用的單位間都滿足 1000 倍的關係。轉換成我們熟悉的單位，日常生活中經常使用的長度單位是「公里」、「公尺」、「公分」、「公厘」，重量單位是「公噸」、「公斤」、「公克」，容量單位是「公秉」、「公升」、「公撮」，如果將公分拿走，相鄰兩個單位間都是 1000 倍的關係。換句話說，只要能掌握三位一撇的概念，再記憶公分和公尺、公分和公厘的倍數關係，就可以掌握國小階段長度、重量、容量相鄰單位間的倍數關係。

題號	試題代碼		答案				
11	112-M3-A3-11		2				
學習重點	N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。						
知識向度	數與計算	認知向度		解題思考			
題目	<p>「一根長 72 公分的鐵絲，剪去 56 公分後，把剩下的鐵絲摺成一個正方形，這個正方形邊長是多少公分？」下列哪個算式和答案都正確？</p> <p>① $72 - 56 = 16$，答：16 公分</p> <p>② $72 - 56 = 16$，$16 \div 4 = 4$，答：4 公分</p> <p>③ $72 \div 4 = 18$，$56 - 18 = 38$，答：38 公分</p> <p>④ $56 \div 4 = 14$，$72 - 14 = 58$，答：58 公分</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：74%
	全 體	0.19	0.74	0.04	0.03	0.00	
	高分組	0.04	0.95	0.00	0.00	0.00	鑑別度：0.55
	低分組	0.39	0.41	0.12	0.08	0.01	
一、試題分析 <p>(一) 評量目標</p> <p>本題是先減後除的兩步驟問題，要求學生選出正確的算式和答案，評量學生先減後除兩步驟問題解題及記錄的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 74%，高分組答對率 95%，低分組答對率 41%，鑑別度 0.55。</p> <p>2. 74% 的學生選擇正確答案②；19% 的學生選擇①；4% 的學生選擇③；3% 的學生選擇④。</p> <p>(三) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項②，通過率為 74%，顯示超過七成的學生已具備在具體情境中，解決先減後除兩步驟問題解題及記錄的能力。</p>							

2. 有19%的學生選擇①(低分組有39%)，這些學生可能不具備在具體情境中，解決先減後除兩步驟問題的能力，他們只計算72公分剪去56公分得到16公分後就停止解題。
3. 有4%的學生選擇③(低分組有12%)，這些學生可能不具備在具體情境中，解決先減後除兩步驟問題的能力；也可能誤解題意，將先減後除的兩步驟問題解讀為先除後減的兩步驟問題。
4. 有3%的學生選擇④(低分組有8%)，這些學生可能不具備在具體情境中，解決先減後除兩步驟問題的能力；也可能不理解題意。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-8 解題：兩步驟應用問題(加、減、乘)。加減混合、加與乘、減與乘之應用解題。不含併式。不含連乘。	N-3-7 解題：兩步驟應用問題(加減與除、連乘)。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級(N-4-3)。	N-4-3 解題：兩步驟應用問題(乘除、連除)。乘與除、連除之應用解題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 低分組學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是算出第一個步驟的答案後，因為答案沒有在題目中，就不知道如何繼續往下算。
建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。
2. 如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 N-3-7 為 N-2-8 之後續學習概念，故學生應該已經能夠在具體情境中，解決加、減兩步驟問題；也應該已經能解決先乘後加(減)與先加(減)後乘兩步驟問題。本學習內容延伸兩步驟問題情境至「先除後加及先除後減問題」和「先加後除及先減後除問題」。

2. 先除後加（減）的問題，一定是兩步驟的問題；先加（減）後除的問題，可以是兩步驟的問題，也可以是三步驟的問題。建議教師先引入先除後加（減）的兩步驟問題，再引入先加（減）後除的兩步驟問題。
3. 以先加後除的兩步驟問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人的錢合起來可以買幾枝？」為例，學生可以用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動；也可以用三個算式「 $15 \div 5 = 3$ ， $25 \div 5 = 5$ ， $3 + 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動。剛開始，教師應先接受三步驟的算法，接下來，應透過分段布題或分段解題，限制學生改用兩個算式記錄解題活動，為四年級引入兩步驟問題的併式記錄及列式鋪路。
4. 以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。
- 步驟一：先布問題「甲有 15 元，乙有 25 元，兩人合起來有多少元？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $15 + 25 = 40$ 」把做法記下來。
- 步驟二：再布問題「兩人合起來有 40 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $40 \div 5 = 8$ 」記錄解題活動。
- 步驟三：最後，再布原問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。幫助學生用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ 」把做法記下來。

題號	試題代碼					答案	
12	112-M3-A3-12					1	
學習重點	N-3-5 除以一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。 備註：須處理被除數有 0 的題型。						
知識向度	數與計算	認知向度			解題思考		
題目	將一條長 574 公分的棉線，每 8 公分剪成一段，最後剩下不滿一段的棉線長多少公分？ ① 6 公分 ② 7 公分 ③ 13 公分 ④ 71 公分						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：65%
	全 體	0.65	0.06	0.05	0.24	0.00	
	高分組	0.94	0.01	0.00	0.05	0.00	鑑別度：0.68
	低分組	0.26	0.14	0.13	0.46	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是三位數除以一位數的文字題，要求學生選出餘數，評量學生利用除法直式計算解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 65%，高分組答對率 94%，低分組答對率 26%，鑑別度 0.68。							
2. 65% 的學生選擇正確答案①；6% 的學生選擇②；5% 的學生選擇③；24% 的學生選擇④。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為 0.68，正確答案為選項①，通過率為 65%，顯示六成五的學生已具備三位數除以一位數直式計算的能力。							

2. 有6%的學生選擇②(低分組有14%)，這些學生可能不具備三位數除以一位數直式計算的能力；也可能不理解題意。
3. 有5%的學生選擇③(低分組有13%)，這些學生可能不具備三位數除以一位數直式計算的能力；也可能不理解題意。
4. 有24%的學生選擇④(低分組有46%)，這些學生可能已具備三位數除以一位數直式計算的能力，但看不懂題意，誤把商看成餘數來作答。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-9</p> <p>解題：分裝與平分。以操作活動為主。除法前置經驗。理解分裝與平分之意義與方法。引導學生在解題過程，發現問題和乘法模式的關連。</p> <p>備註：本條目非除法教學，不列除式，不用「除」的名稱(N-3-4)。限相當於整除的問題。教學應在「十十乘法」範圍中進行。可用幾個一數或連減協助，但不可成為答題格式。</p>	<p>N-3-5</p> <p>除以一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。</p> <p>備註：須處理被除數有0的題型。</p>	<p>N-4-9</p> <p>長度：「公里」。生活實例之應用。含其他長度單位的換算與計算。</p> <p>備註：量的大單位教學仍應協助學生建立基本量感。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備三位數除以一位數除法直式計算的能力。
2. 學生可能不理解題意，誤把商看成餘數來作答。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 基本乘法事實是二位數除以一位數及三位數除以一位數直式計算的基礎。
以 $78 \div 5$ 為例，直式進行了2次一位數乘以5的計算。

以 $678 \div 5$ 為例，直式進行了 3 次一位數乘以 5 的計算。

教師應要求學生熟練二位及三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行，為除數是二、三位數的除法直式計算鋪路。

2. 以「659 元平分給 4 個人，每個人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生學習除法直式計算。

(1) 有兩種分解 659 的方法，第一種是將 659 分解成 $600 + 50 + 9$ ，第二種是將 659 分解成 6 個百、5 個十和 9 個一。第二種方法會讓計算的數字變小，本基本學習內容透過第二種分解方式引入除法直式計算。

(2) 將 659 元分解成 6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣。

先將 6 張百元鈔票平分給 4 個人，每人分到 1 張百元鈔票，還剩下 2 張百元鈔票不夠分；將 2 張百元鈔票換成 20 枚的十元硬幣，再加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 25 枚十元硬幣；25 枚十元硬幣平分給 4 個人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 1 枚十元硬幣不夠分；將 1 枚十元硬幣換成 10 個一元硬幣，加上原有的 9 個一元硬幣，合起來有 19 個一元硬幣；19 個一元硬幣平分給 4 人，每人分到 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣。

合起來每個人分到 1 張百元鈔票、6 枚十元硬幣和 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣，也就是每人分到 164 元，剩下 3 元。

(3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定①、⑩、100來說明。

	百	十	個	
	100	⑩	①	
	1	6	4	⇒分到 1 張百元、6 枚十元和 4 個一元，也就是 164 元
4	6	5	9	⇒6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣
	4			⇒先分 6 張百元鈔票，每人分到 1 張，還剩下 2 張
	2	5		⇒換成 20 枚十元，加上原有的 5 枚，有 25 枚十元
	2	4		⇒再分 25 枚十元，每人分到 6 枚，剩下 1 枚十元
		1	9	⇒換成 10 個一元，加上原有的 9 個，有 19 個一元
		1	6	⇒再分 19 個一元，每人分到 4 個一元
			3	⇒剩下 3 個一元

題號	試題代碼		答案				
13	112-M3-D3-13		4				
學習重點	R-3-2 數量模式與推理 (1)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目標。可結合表格教學 (D-3-1)。						
知識向度	關係	認知向度			解題思考		
題目	<p>觀察下列圖形排列的規律，圖五中共有多少個*？</p> <div style="text-align: center;"> <p>圖一 圖二 圖三 ……</p> </div> <p>① 7 個 ② 9 個 ③ 10 個 ④ 15 個</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：55%
	全 體	0.04	0.12	0.29	0.55	0.00	
	高分組	0.01	0.03	0.20	0.76	0.00	鑑別度：0.45
	低分組	0.09	0.23	0.37	0.31	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定由 1 個、1+2 個、1+2+3 個花片排成三角形的圖像，要求學生選出第 5 個圖像是由多少個花片排成的，評量學生一維變化模式推理的能力。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 55%，高分組答對率 76%，低分組答對率 31%，鑑別度 0.45。							

2. 55%的學生選擇正確答案④；4%的學生選擇①；12%的學生選擇②；29%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.45，正確答案為選項④，通過率為55%，顯示五成五的學生已具備一維變化模式推理的能力。
2. 有4%的學生選擇①(低分組有9%)，這些學生可能尚未具備一維變化模式推理的能力；也可能誤解題意，僅用題目圖三的數量再加1當作答案。
3. 有12%的學生選擇②(低分組有23%)，這些學生可能尚未具備一維變化模式推理的能力；也可能誤解題意，僅用題目圖三的數量再加3當作答案。
4. 有29%的學生選擇③(低分組有37%)，這些學生可能已具備一維變化模式推理的能力；也可能誤解題意，僅計算出圖四的數量就停止計算。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>D-2-1</p> <p>分類與呈現：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現資料、生活物件或幾何形體。討論分類之中還可以再分類的情況。</p> <p>備註：非正式表格與統計圖表教學(見D-1-1備註)。可配合平面圖形與立體形體教學(S-2-2)。</p>	<p>R-3-2</p> <p>數量模式與推理(1)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。</p> <p>備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目標。可結合表格教學(D-3-1)。</p>	<p>R-4-2</p> <p>四則計算規律(1)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不理解題意，只算出下一個圖形的花片個數。
2. 學生可能尚未具備一維變化模式推理的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 三年級首次引入數量模式與推理，希望學生透過觀察數列、一維圖表等，能說出一維變化模式之規律；找出一維變化模式的下一項，並說明理由。

二年級至四年級的兩步驟問題，以及五年級的三步驟問題，都限制在整數情境，六年級才引入分數及小數的多步驟問題。

2. 以問題「想想看，第 4 個圖形有幾個圈？○○○、○○○○、○○○○○」為例，本學習內容只要求學生找出下一個圖形有 6 個圈，並說明理由即可，不必要求學生找出其它項，例如不必找出第 18 個圖形是什麼。

3. 教師提供數列讓學生討論時，並沒有定義數列的一般項，因此當我們只給定數列前幾項時，可以有很多定義數列的方法。

以「2、3、5、□、□」為例，下面都是合理的答案。

(1) 2、3、5、8、12 (3 比 2 多 1、5 比 3 多 2、8 比 5 多 3、12 比 8 多 4)

(2) 2、3、5、8、13 ($2+3=5$ 、 $3+5=8$ 、 $5+8=13$)

(3) 2、3、5、10、20 ($2+3=5$ 、 $2+3+5=10$ 、 $2+3+5+10=20$)

(4) 2、3、5、7、11 (將質數由小至大依序排列)

教師提供數列讓學生討論時，應接受不同的合理答案，但學生只要能說出一種合理的答案即可。

題號	試題代碼		答案				
14	112-M3-A1-14		2				
學習重點	N-3-8 解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。 備註：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。						
知識向度	數與計算	認知向度			概念理解		
題目	將 1 袋糖果平分分成 3 堆，每堆大約有 300 顆糖果，下列哪個選項的答案最接近這 1 袋糖果的顆數？ ① 748 顆 ② 890 顆 ③ 990 顆 ④ 1195 顆						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：60%
	全 體	0.17	0.60	0.20	0.03	0.00	
	高分組	0.05	0.85	0.10	0.00	0.00	鑑別度：0.55
	低分組	0.31	0.30	0.30	0.08	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定 1 袋糖果平分分成 3 堆後一堆大約的顆數，要求學生選出最接近 1 袋糖果的顆數，評量學生乘法估算的能力。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 60%，高分組答對率 85%，低分組答對率 30%，鑑別度 0.55。 2. 60% 的學生選擇正確答案②；17% 的學生選擇①；20% 的學生選擇③；3% 的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.55，正確答案為選項②，通過率為60%，顯示六成的學生已具備利用乘法估算解題的能力。
2. 有17%的學生選擇①(低分組有31%)，這些學生可能不具備利用乘法估算解題的能力。
3. 有20%的學生選擇③(低分組有30%)，這些學生可能已具備利用乘法估算解題的能力，他們這些學生可能用300乘以3得到900，因為沒有900的選項，所以選比900大的990。
4. 有3%的學生選擇④(低分組有8%)，這些學生可能不具備利用乘法估算解題的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-4</p> <p>解題：簡單加減估算。具體生活情境。以百位數估算為主。</p> <p>備註：估算解題的布題應貼近生活情境。</p>	<p>N-3-8</p> <p>解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。</p> <p>備註：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。</p>	<p>N-4-4</p> <p>解題：對大數取概數。具體生活情境。四捨五入法、無條件進入、無條件捨去。含運用概數做估算。近似符號「\approx」的使用。</p> <p>備註：估算解題的布題應貼近生活情境。以概數協助估算須包含四則估算。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用乘法估算解題的能力。
2. 學生可能用300乘以3得到900，因為沒有900的選項而選錯。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。估算是計算的問題，例如「 $402 + 299$ 」中的 402 很接近 400，299 很接近 300， $400 + 300 = 700$ ，所以「 $402 + 299$ 」估算的答案是 700，估算的答案必須以「1」為單位來描述。概算是先進行單位量轉換後再計算的問題，例如「 $402 + 299$ 」中的 402 很接近 4 個百，299 很接近 3 個百，4 個百加 3 個百是 7 個百，所以「 $402 + 299$ 」概算的答案是 7 個百，概算的答案不是以「1」為單位來描述。
2. 本學習內容為四捨五入法取概數的前置經驗，在此不宜進行取概數的教學。例如：「甲有 699 元，甲最多有幾張 100 元？」是取概數的問題。
3. 教師在評量估算問題時，不宜直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「 $398 \div 8$ 的答案大約是多少？」，因為 50 和 49 都是合理的答案。
教師只宣布下列的問題：
例如 $398 \div 8 = ()$ ，答案最接近 60、50、40 中的哪一個數字？
4. 當學生計算發生錯誤時，例如得到「 $599 \times 2 = 1398$ 」的結果，教師可以透過問話「 599×2 很接近 600×2 ， $600 \times 2 = 1200$ ， $599 \times 2 = 1398$ 是否合理？」，幫助學生檢驗答案的合理性。

題號	試題代碼		答案				
15	112-M3-A3-15		3				
學習重點	N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	<p>王奶奶熬煮了 798 公克草莓果醬，全部平均分裝成 7 罐，裝草莓果醬的空罐重 105 公克，一罐果醬重多少公克？</p> <p>① 114 公克 ② 129 公克 ③ 219 公克 ④ 903 公克</p>						
選答率	選項	1	2	3*	4	其他	通過率：53%
	全體	0.25	0.09	0.53	0.12	0.01	
	高分組	0.11	0.03	0.82	0.04	0.00	鑑別度：0.58
	低分組	0.33	0.17	0.24	0.25	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題是重量情境先除後加的兩步驟問題，要求學生算出答案，評量學生先除後加兩步驟問題解題的能力。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 53%，高分組答對率 82%，低分組答對率 24%，鑑別度 0.58。 2. 53%的學生選擇正確答案③；25%的學生選擇①；9%的學生選擇②；12%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.58，正確答案為選項③，通過率為53%，顯示超過五成的學生已具備重量情境先除後加兩步驟問題解題的能力。
2. 有25%的學生選擇①(低分組有33%)，這些學生可能尚未具備重量情境先除後加兩步驟問題解題的能力，僅計算出798公克平分裝成7罐後，就停止解題。
3. 有9%的學生選擇②(低分組有17%)，這些學生可能已具備重量情境先除後加兩步驟問題解題的能力，但在計算「 $114+105$ 」時發生錯誤。
4. 有12%的學生選擇④(低分組有25%)，這些學生可尚未具備重量情境先除後加兩步驟問題解題的能力；也可能不理解題意，僅將題目中提到的兩個重量相加當作答案。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-8 解題：兩步驟應用問題(加、減、乘)。加減混合、加與乘、減與乘之應用解題。不含併式。不含連乘。	N-3-7 解題：兩步驟應用問題(加減與除、連乘)。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級(N-4-3)。	N-4-3 解題：兩步驟應用問題(乘除、連除)。乘與除、連除之應用解題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 低分組學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是算出第一個步驟的答案後，因為答案沒有在題目中，就不知道如何繼續往下算。
建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。
2. 如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 N-3-7 為 N-2-8 之後續學習概念，故學生應該已經能夠在具體情境中，解決加、減兩步驟問題；也應該已經能解決先乘後加（減）與先加（減）後乘兩步驟問題。本學習內容延伸兩步驟問題情境至「先除後加及先除後減問題」和「先加後除及先減後除問題」。
2. 先除後加（減）的問題，一定是兩步驟的問題；先加（減）後除的問題，可以是兩步驟的問題，也可以是三步驟的問題。建議教師先引入先除後加（減）的兩步驟問題，再引入先加（減）後除的兩步驟問題。
3. 以先加後除的兩步驟問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人的錢合起來可以買幾枝？」為例，學生可以用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動；也可以用三個算式「 $15 \div 5 = 3$ ， $25 \div 5 = 5$ ， $3 + 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動。剛開始，教師應先接受三步驟的算法，接下來，應透過分段布題或分段解題，限制學生改用兩個算式記錄解題活動，為四年級引入兩步驟問題的併式記錄及列式鋪路。
4. 以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。
步驟一：先布問題「甲有 15 元，乙有 25 元，兩人合起來有多少元？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $15 + 25 = 40$ 」把做法記下來。
步驟二：再布問題「兩人合起來有 40 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $40 \div 5 = 8$ 」記錄解題活動。
步驟三：最後，再布原問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。幫助學生用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ 」把做法記下來。

題號	試題代碼		答案				
16	112-M3-A2-16		4				
學習重點	N-3-3 乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。 備註：須處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。						
知識向度	數與計算	認知向度	程序執行				
題目	算算看看，□ 內要填入哪個數字？ $\begin{array}{r} 3 \square 7 \\ \times \quad 6 \\ \hline 2322 \end{array}$ ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 8						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：51%
	全 體	0.15	0.19	0.14	0.51	0.01	
	高分組	0.03	0.10	0.05	0.82	0.00	鑑別度：0.61
	低分組	0.32	0.25	0.22	0.20	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定十位數字未知的三位數乘以一位數的直式計算過程，要求學生選出未知的十位數字，評量學生三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 51%，高分組答對率 82%，低分組答對率 20%，鑑別度 0.61。							

2. 51%的學生選擇正確答案④；15%的學生選擇①；19%的學生選擇②；14%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.61，正確答案為選項④，通過率為51%，顯示超過五成的學生已具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。
2. 有15%的學生選擇①(低分組有32%)，這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，他們不理會7乘以6是42，可以換成4個⑩和2個①，只看到積的十位數字是2， $2 \times 6 = 12$ ，所以認為□內應該填入2。
3. 有19%的學生選擇②(低分組有25%)，這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，他們可能算出7個①的6倍是42個①，可以換成4個⑩和2個①，因為被乘數的十位數字未知，積的十位數字是2， $4 + 8 = 12$ ，學生可能從6的乘法中找出個位數字是8的積，6乘3是18，所以認為□內應該填入3。
4. 有14%的學生選擇③(低分組有22%)，這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，他們不理會7乘以6是42，可以換成4個⑩和2個①，只看到積的十位數字是2， $7 \times 6 = 42$ ，所以認為□內應該填入7。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-6 乘法：乘法的意義與應用。在學習乘法過程，逐步發展「倍」的概念，做為統整乘法應用情境的語言。</p> <p>備註：可在乘法解題脈絡中，自然使用連加算式，不限步驟。最後能以行列模型理解乘法交換律(R-2-3)。</p> <p>N-2-7 十十乘法：乘除直式計算</p>	<p>N-3-3 乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。</p> <p>備註：須處理被乘數有0的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。</p> <p>多位數乘以一位數 隱含之分配律來自</p>	<p>N-4-2 較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說說明直式計算的合理性。</p> <p>備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意0的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如「1600×200」與</p>

	<p>的基礎，以熟練為目標。備註：本單元應和乘法概念的學習同時進行，不可要求學生死背乘法表。本條目的學習可協助在除法情境(如 N-2-9)中察覺乘與除的關係。</p>	<p>操作經驗與數感，而非分配律教學。</p>	<p>「$60000 \div 400$」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。</p>
--	---	-------------------------	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。
2. 教師應要求學生由被乘數的個位開始計算，並養成算出□內要填入的數字後，必須驗算判斷答案是否正確的習慣。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 二位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為二位數乘法直式計算的基礎，也是除數為二位數除法直式計算的基礎。
 以 34×678 為例，直式進行 3 次 34 乘以一位數 6、7、8 的計算。
 以 $4613 \div 72$ 為例，學生估商時進行 2 次 72 乘以一位數的計算。
 三位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為三位數乘法直式計算的基礎，也是除數為三位數除法直式計算的基礎。
 以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。
 以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。
2. 有兩種分解 247 的方法，第一種是將 247 分解成 100、40 和 7；第二種是將 247 分解成 2 個百 4 個十和 7 個一。乘法直式計算採用第二種分解方式，使得每一個單位的個數都不超過 10，藉以簡化計算。
 下面的圖一是第一種分解方法的乘法直式計算，圖二是第二種分解方法的乘法直式計算。
 不易將第一種分解方法的乘法直式計算結果記成一行，學生必須先將 7×6 、 40×6 、 200×6 的計算結果記在心裡，再心算出這三個數的和，才能將圖一的計算結果改記成一行，國小三年級的學生不易做到。

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	2	4	7
×			6
		4	2
	2	4	0
+1	2	0	0
1	4	8	2

(圖一)

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	2	4	7
×			6
		4	2
	2	4	
+1	2		
1	4	8	2

(圖二)

3. 以「 147×6 」為例，說明如何幫助學生將乘法直式計算的積摘要的記成一行。

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	1	4	7
×			6
		4	2
	2	4	
+	6		
	8	8	2

⇒

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	1	4	7
×			6
		8	8
			2

↓

因為「4」和「4」都是「十」單位，只要心算出「 $4+4$ 」，就可以省略記成一行。
 因為「2」和「6」都是「百」單位，只要心算出「 $2+6$ 」，就可以省略記成一行。
 因此可以省略記成一行。

4. 一位數乘以二位數的直式計算比二位數乘以一位數的直式計算困難，一位數乘以三位數的直式計算比三位數乘以一位數的直式計算困難，而且不是大數字乘法直式計算的先備知識，教師只要幫助學生理解直式計算解題的意義即可，不必要求熟練。

當學生認識乘法交換律後，教師可以幫助學生利用乘法交換律，將一位數乘以二位數的計算問題，例如 7×34 ，改用二位數(三位數)乘以一位數的直式，例如 34×7 算出答案。將一位數乘以三位數的計算問題，例如 7×348 ，改用三位數乘以一位數的直式，例如 348×7 算出答案。

題號	試題代碼					答案	
17	112-M3-A3-17					1	
學習重點	N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。 備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。						
知識向度	數與計算	認知向度			解題思考		
題目	<p>哥哥和弟弟分別用 4 張數字卡 4、0、3、7 排四位的數。哥哥排出最大的四位奇數，弟弟排出最小的四位偶數，他們排出的四位數相差多少？</p> <p>① 4329 ② 3933 ③ 3267 ④ 297</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：41%
	全 體	0.41	0.22	0.19	0.17	0.01	
	高分組	0.59	0.21	0.12	0.07	0.01	鑑別度：0.32
	低分組	0.27	0.22	0.24	0.27	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題要求學生先將給定的4張數字卡分別排出最大的四位奇數與最小的四位偶數，再要求學生算出其差，評量學生四位數加減直式計算的能力。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 41%，高分組答對率 59%，低分組答對率 27%，鑑別度 0.32。 2. 41%的學生選擇正確答案①；22%的學生選擇②；19%的學生選擇③；17%的學生選擇④。 (三) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為0.32，正確答案為選項①，通過率為41%，顯示超過四成的學生已具備減法直式計算的能力。							

2. 有22%的學生選擇②(低分組有22%)，這些學生可能已具備減法直式計算的能力，但誤解題意；誤用7403 - 3470算出答案。
3. 有19%的學生選擇③(低分組有24%)，這些學生可能誤解題意，誤用7304-4037算出答案。
4. 有17%的學生選擇④(低分組有27%)，這些學生可能誤解題意，誤用4037-3740算出答案。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-2 加減算式與直式計算：用位值理解多位數加減計算的原理與方法。初期可操作、橫式、直式等方法並陳，二年級最後歸結於直式計算，做為後續更大位數計算之基礎。直式計算的基礎為位值概念與基本加減法，教師須說明直式計算的合理性。</p> <p>N-2-3 解題：加減應用問題。加數、被加數、減數、被減數未知之應用解題。連結加與減的關係(R-2-4)。</p>	<p>N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。 備註：須處理數字中有0的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。</p>	<p>N-4-1 一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30 萬 1200」與「21 萬 300」的加減法。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備減法直式計算的能力。
2. 學生可能不認識奇數與偶數。
3. 學生可能無法將 4 張數字卡排出最大的四位奇數與最小的四位偶數。

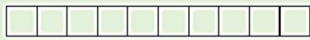

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 以退位減法計算問題「 $1235 - 678$ 」為例，進行個位計算時，因為 5 減 8 不夠減，拿 1 個十換 10 個一之後，有兩種解題的方法：第一種是利用基本加減事實來解題，直接利用 $15 - 8 = 7$ ，算出和的個位數字是 7，第二種是利用拆十來解題，透過 $10 - 8 = 2$ ， $2 + 5 = 7$ ，算出和的個位數字是 7。三年級學生應該已熟記基本加減事實，建議教師幫助學生利用第一種方法來解題。
2. 有兩種使用定位板的時機，第一種是溝通數字的位值及位名，第二種是直式計算溝通不同單位的個數，引入定位板時，教師應說明下面三個限制：

- (1) 記錄「幾」個十的時候，只能將「幾」記錄在十位，記錄「幾」個一的時候，只能將「幾」記錄在個位。

以「將 3 個十，5 個一記在定位板上」為例，定位板記錄不同單位的個數，因此必須將 3 個十的 3 記在十位，5 個一的 5 記在個位，才能夠溝通不同單位計數的意義。

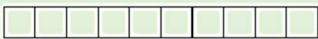

- (2) 一個位置只能記錄 1 個數碼。

十位	個位
	
3	15

以「將 3 個十，15 個一記在定位板上」為例，將 3 個十的 3 記在十位，將 15 個一的 15 記在個位，如上圖。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有 3 個十，15 個一，但是脫離定位板記成 315 後，會和三百一十五混淆。因此數學上限制一個位置只能記錄 1 個數碼，必須將 3 個十，15 個一改記成 4 個十，5 個一。

- (3) 某位值的個數是 0 時，必須記 0。

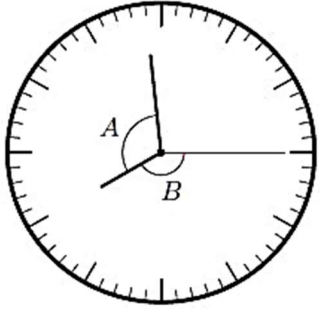
十位	個位
	
5	0

以「將 5 個十記在定位板上」為例，將 5 個十的 5 記在十位，如上圖。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有 5 個十，但是脫離定位板記成 5 後，會和 5 個一混淆，因此數學上限制當個位數字是 0 時，必須在個位上記 0。

3. 三年級引入奇數與偶數的定義時。教師可以從生活經驗中幫助學生認識物件的個數是奇數個或偶數個。例如透過點數花片，說明花片兩個一數剛好數完，沒有剩下時，稱花片的個數是偶數個；當花片兩個一數無法剛好數完，還剩下 1 個時，稱花片的個數是奇數個。為以後引入奇數與偶數的定義鋪路。

學生在一年級已有利用 2 個一數，點數物件個數的經驗，教師可以拿出百數表，要求學生圈出 2 個一數的數詞序列，幫助學生認識這些數字都是偶數，偶數的個位數字是 0、2、4、6、8。再說明沒有圈到的數字，2 個一數都會剩下 1 個，所以沒有圈到的數字都是奇數，奇數的個位數字是 1、3、5、7、9。

題號	試題代碼		答案				
18	112-M3-C3-18		3				
學習重點	S-3-1 角與角度 (同 N-3-13) : 以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註：同 N-3-13 備註。						
知識向度	空間與形狀	認知向度	解題思考				
題目	<p>如圖，時鐘上表面有時針、分針、秒針三根指針。</p>  <p>下面關於「A 角、B 角和直角」這三個角大小的敘述，何者正確？</p> <p>① A 角最大，B 角最小 ② B 角最大，A 角最小 ③ B 角最大，直角最小 ④ 直角最大，A 角最小</p>						
選答率	選項	1	2	3*	4	其他	通過率：36%
	全體	0.26	0.29	0.36	0.08	0.00	
	高分組	0.11	0.19	0.67	0.03	0.00	鑑別度：0.53
	低分組	0.38	0.34	0.14	0.13	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定有時針、分針及秒針的時鐘及指針夾出的 A 角和 B 角，要求學生選出正確描述 A 角、B 角和直角大小的敘述，評量學生利用角度直接與間接比較解題的能力。							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 36%，高分組答對率 67%，低分組答對率 14%，鑑別度 0.53。
2. 36%的學生選擇正確答案③；26%的學生選擇①；29%的學生選擇②；8%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.53，正確答案為選項③，通過率為36%，顯示近四成的學生已認識直角，並具備利用角度直接與間接比較解題的能力。
2. 有26%的學生選擇①(低分組有38%)，這些學生可能不具備利用角度直接與間接比較解題的能力，因為標示A角的弧比標示B角的弧長(或扇形面積比較大)，這些學生誤認為A角比B角大。
3. 有29%的學生選擇②(低分組有34%)，這些學生可能已具備利用角度直接與間接比較解題的能力，但是題目中沒有標示出直角，這些學生只選擇圖中的A角比B角小的答案。
4. 有8%的學生選擇④(低分組有13%)，這些學生可能不具備利用角度直接與間接比較解題的能力；也可能不認識直角，誤以為直角最大。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-2-1 物體之幾何特徵：以操作活動為主。進行辨認與描述之活動。藉由實際物體認識簡單幾何形體(包含平面圖形與立體形體)，並連結幾何概念(如長、短、大、小等)。 備註：本條目之活動以實際物體為主。幾何特徵指非嚴格定義的頂點、角、邊、面、周界、內外。	S-3-1 角與角度(同 N-3-13)：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註：同 N-3-13 備註。	N-4-10 角度：「度」(同 S-4-1)量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識 180 度到 360 度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。 備註：量角器教學須包括從量角器左右兩側進行量角之活動。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用角度直接與間接比較解題的能力。
2. 學生可能不認識直角。
3. 學生混淆角張開的程度及標示弧長(或扇形面積)的意義，誤認為標示的弧比較長(或扇形面積比較大)，角就比較大。
4. 圖中沒有標示出直角，學生無法比較未標示的直角和給定角的大小。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 建議教師透過直尺、三角板、正方形或長方形幫助學生認識直角，並能判斷給定的角和直角的大小關係。三年級還沒有引入角度的常用單位「度」，不能說直角的角是 90 度。
2. 三年級討論的對象是「張開角」，張開角指的是共端點兩重合線段張開的結果，共同的端點稱為頂點，張開後的兩線段稱為邊，因為張開後的形狀像圖形的角，故稱之為張開角。張開角的角度指的是張開的程度，選定單位量後，可以把角張開的程度數量化，討論張開角的角度不宜超過 180 度(不含平角)。
3. 學生常透過邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等特徵，來比較兩個角張開程度的大小，例如學生常誤認下圖右邊那個角的角度比較大，可能的理由是學生只看到張開角張開後的結果，並沒有看到張開的過程，無法理解張開程度的意義，建議教師透過實作，讓學生經驗張開角張開程度的意義。



4. 建議教師透過下面的操作，幫助學生理解角的大小指的是張開程度的大小。
先拿出兩把扇子，其中一把扇子的邊比較長，稱為甲扇，另一把扇子的邊比較短，稱為乙扇，先張開甲扇，問學生扇子張開了多大，學生可能描述扇子的面積、弧長等與張開程度無關的答案；此時可將乙扇張開到和甲扇一樣大，再問學生這兩把扇子張開的程度是否一樣，此時兩把扇子的面積、邊長及弧長都不相同，只有張開的程度相同，強迫學生排除邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等因素，將注意力放在張開程度上。接下來，再將乙扇張開一些，問哪一把扇子張開的程度比較大，此時甲扇的邊長、弧長都比乙扇長，甲扇的面積也比乙扇大，只有張開的程度比較小，可以檢查學生是否掌握張開程度的意義。

題號	試題代碼					答案	
19	112-M3-A1-19					3	
學習重點	N-3-1 一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。 位值單位「千」。位值單位換算。 備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。						
知識向度	數與計算	認知向度			概念理解		
題目	<p>四位的數 5851 中，數字 8 代表的數是 800。</p> <p>請問左邊的數字 5 和右邊的數字 5 所代表的數相差多少？</p> <p>① 5749 ② 4955 ③ 4950 ④ 4500</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：60%
	全 體	0.10	0.12	0.60	0.17	0.01	
	高分組	0.02	0.03	0.87	0.08	0.00	鑑別度：0.58
	低分組	0.22	0.22	0.29	0.26	0.02	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定千位及十位數字都是 5 的四位數，要求學生回答這兩個 5 所代表的值相差多少，評量學生位值單位換算及減法直式計算的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 60%，高分組答對率 87%，低分組答對率 29%，鑑別度 0.58。							
2. 60% 的學生選擇正確答案③；10% 的學生選擇①；12% 的學生選擇②；17% 的學生選擇④。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項③，通過率為 60%，顯示六成的學生已具備位值單位換算及減法直式計算的能力。							

2. 有10%的學生選擇①(低分組有22%)，這些學生可能尚未具備位值單位換算及減法直式計算的能力；這些學生也可能不理解題意。
3. 有12%的學生選擇②(低分組有22%)，這些學生可能不理解題意，他們知道左邊的5代表5000，右邊的5代表50，但是在計算相差多少時，多加了1個5， $5000 - 50 = 4950$ ， $4950 + 5 = 4955$ ，得到4955的答案。
4. 有17%的學生選擇④(低分組有26%)，這些學生可能尚未具備位值單位換算的能力，誤用 $5000 - 500$ 計算出答案。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-1 一千以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「百」。位值單位換算。	N-3-1 一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。 備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。	N-4-1 一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30萬1200」與「21萬300」的加減法。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 有兩種解讀 5851 的方法：

(1) $5851 = 5000 + 800 + 50 + 1$ 。

(2) 5851 和 5 個千、8 個百、5 個十和 1 個一合起來一樣大。

學生可能混淆這兩種解讀方法意義。

2. 學生可能熟悉千位的 5 所代表的值是十位 5 的 100 倍，不熟悉千位的 5 所代表的值和十位的 5 所代表的值相差多少。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 二年級已處理過「一」和「十」單位、「一」和「百」的換算以及「十」和「百」單位的換算。建議以此為基礎，先處理「一」和「千」單位的換算，再處理「百」和「千」單位的換算，最後處理「十」和「千」單位的換算。

2. 進行 1000 以內位值單位的換算，指的是：

能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」，例如將「2357」聚成「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」，以及將「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」，例如將「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」化成「2357」的雙向化聚。

3. 建議教師透過下面步驟幫助學生解題

步驟一：說明四位數 5851 中，左邊數字 5 及右邊數字 5 各自的意義。

(1) 溝通個數：千位數字 5 指的是有 5 個千，十位數字 5 指的是有 5 個十。

(2) 溝通是多少個一：5 個千和 5000 一樣大，5 個十和 50 一樣大。

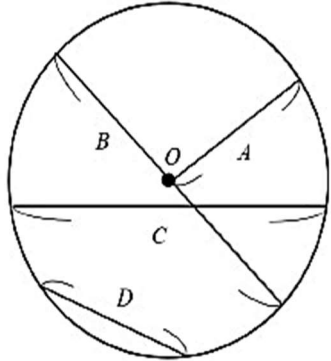
步驟二：不同單位不可以相加減，必須將千位數字和十位數字轉換成相同的單位。

千位數字 5 所表示的值(以一為單位)是 5000。

十位數字 5 所表示的值(以一為單位)是 50。

步驟三：算出千位數字 5 所代表的值和十位數字 5 所代表的值相差多少。

$$5000 - 50 = 4950$$

題號	試題代碼		答案				
20	112-M3-C3-20		1				
學習重點	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。						
知識向度	空間與形狀	認知向度	解題思考				
題目	<p>下圖是一個半徑 3 公分的圓，O 點是圓心，D 線段長 3 公分。</p>  <p>甲說：分別以 A 線段和 D 線段長為半徑，畫出來的兩個圓一樣大。</p> <p>乙說：B 線段和 C 線段都是這個圓的直徑。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲正確 ② 只有乙正確 ③ 甲和乙都正確 ④ 甲和乙都不正確</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：21%
	全 體	0.21	0.19	0.13	0.46	0.01	
	高分組	0.34	0.11	0.08	0.47	0.00	鑑別度：0.19
	低分組	0.15	0.27	0.22	0.35	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定半徑 3 公分的圓及圓上標示半徑、直徑及兩條弦的圖像，要求學生選出正確的敘述，評量學生是否認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 21%，高分組答對率 34%，低分組答對率 15%，鑑別度 0.19。
2. 21%的學生選擇正確答案①；19%的學生選擇②；13%的學生選擇③；46%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.19，正確答案為選項①，通過率為21%，顯示超過兩成的學生已認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義。
2. 有19%的學生選擇②(低分組有27%)，這些學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義，他們可能認為過圓心及水平的弦都是直徑。
3. 有13%的學生選擇③(低分組有22%)，這些學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義，他們可能認為過圓心及水平的弦都是直徑。
4. 有46%的學生選擇④(低分組有35%)，這些學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義，他們知道沒有過圓心的弦不是直徑，但誤認為畫出來的兩個圓要完全疊合才算一樣大，而不是半徑一樣長的圓就是一樣大。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-2-1 物體之幾何特徵：以操作活動為主。進行辨認與描述之活動。藉由實際物體認識簡單幾何形體（包含平面圖形與立體形體），並連結幾何概念（如長、短、大、小等）。	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。	S-5-3 扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合（幾分之幾圓）。能畫出指定扇形。 備註：扇形含圓心角大於 180 度的情況。理解如「圓心角 90 度

	備註：本條目之活動以實際物體為主。幾何特徵指非嚴格定義的頂點、角、邊、面、周界、內外。		的扇形是 $\frac{1}{4}$ 圓」等的結論。畫出指定扇形包括「給定一圓，能畫出 $\frac{1}{3}$ 圓、 $\frac{1}{6}$ 圓等扇形」、「畫出指定半徑與圓心角的扇形」。
--	---	--	---

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義。
2. 學生可能認為過圓心及水平的弦都是直徑。
3. 學生可能認為畫出來的兩個圓要完全疊合才算一樣大，而不是半徑一樣長的圓就是一樣大。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師應區分「圓(circle)」和「圓區域(disc)」的意義：

圓：在平面上選定一定點 O ，在平面上與定點 O 的距離是 r ($r > 0$) 的所有點所成的集合稱為圓，該定點 O 稱為圓心， r 稱為半徑。

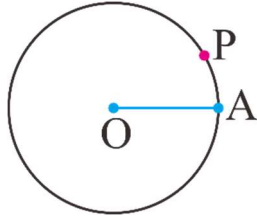
圓區域：圓和圓內部合起來稱為圓區域。利用圓規畫圓時，畫出來的圖形是圓，利用摺紙找出圓的直徑時，所摺的圖形是圓區域。

教師應區分圓或圓區域使用的時機及其限制。

2. 以下圖為例，有下列幾種描述半徑的方法：

- (1) 稱 OA 線段為半徑，此時的半徑是一條線段。
- (2) 稱 OP 兩點的距離為半徑，此時的半徑是兩點的距離。
- (3) 稱半徑 = 5 公分，此時的 5 公分可能是 OA 線段的長度，也可能是 OP 兩點的距離。
- (4) 半徑是集合，學生必須發現圓心 O 和圓上任意點連成的線段都一樣或發現圓心 O 和圓上任意點的距離都相等，才能掌握所有半徑都等長意義。

這四種描述的方法中，第一種是學生最容易接受的方法，但是用圓規畫圓時，學生看不到線段 OA ，只能看到針尖和筆尖兩點的距離，建議在圓規兩腳之間綁上繩子或橡皮筋，讓學生在畫圓時，能看到針尖和筆尖的距離，也能看到連接針尖和筆尖的線段。



3. 有兩種溝通半徑與直徑關係的方法：

方法一：分別量出半徑與直徑的長度，例如半徑長 5 公分，直徑長 10 公分，再利用除法算式 $10 \div 5 = 2$ ，說明直徑長是半徑長的 2 倍。

方法二：在圓上畫出直徑，幫助學生發現直徑是由兩條半徑組成的，所以 2 條半徑接起來的長度和直徑一樣長。

10 是 5 的 2 倍是基準量和比較量關係的描述，指的是以 5 為基準量 1 時，比較量 10 會是 2，三年級學生較無法掌握 10 是 5 的 2 倍的意義。

建議教師利用方法二說明半徑與直徑的關係。

題號	試題代碼		答案
21	112-M3-A1-21		(不予計分)
學習重點	<p>N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。</p> <p>備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學 (N-4-5)。應區分真分數與假分數之教學 (例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數 (如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況)。</p>		
知識向度	數與計算	認知向度	概念理解
題目	<p>甲說：邊長 1 公分的正方形面積是 1 平方公分， 所以一邊長 $\frac{1}{2}$ 公分的正方形面積是 $\frac{1}{2}$ 平方公分。</p> <p>乙說：把邊長 1 公分的正方形平分成 2 塊， 其中 1 塊的面積是 $\frac{1}{2}$ 平方公分。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲正確 ② 只有乙正確 ③ 甲和乙都正確 ④ 甲和乙都不正確</p>		
<p>本題評量的重點是分數的概念，對應指標為 N-3-9，試題的描述及評量重點皆合理，惟題幹被分割的物件是 1 平方公分，考量翰林版本於三下第九單元才引入 1 平方公分的概念，故本題不計分。</p>			

題號	試題代碼		答案				
22	112-M3-B2-22		3				
學習重點	N-3-16 重量：「公斤」、「公克」。實測、量感、估測與計算。單位換算。備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公斤數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。						
知識向度	量與實測	認知向度			程序執行		
題目	<p>王媽媽到市場買了一顆鳳梨和一粒小玉西瓜。已經知道鳳梨的重量是 1800 公克，鳳梨和小玉西瓜合起來的重量是 4 公斤 900 公克，請問小玉西瓜重多少？</p> <p>① 500 公克 ② 1300 公克 ③ 3 公斤 100 公克 ④ 6 公斤 700 公克</p>						
選答率	選項	1	2	3*	4	其他	通過率：79%
	全體	0.03	0.10	0.79	0.07	0.01	
	高分組	0.00	0.04	0.95	0.01	0.00	鑑別度：0.44
	低分組	0.08	0.19	0.51	0.20	0.02	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題是重量情境的減法文字題，要求學生算出差，評量學生重量單位複名數加減計算的能力。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 79%，高分組答對率 95%，低分組答對率 51%，鑑別度 0.44。 2. 79% 的學生選擇正確答案③；3% 的學生選擇①；10% 的學生選擇②；7% 的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.44，正確答案為選項③，通過率為79%，顯示近八成的學生已具備重量單位複名數加減計算的能力。
2. 有3%的學生選擇①(低分組有8%)，這些學生可能不具備重量單位複名數加減計算的能力；也可能認為1公斤=100公克，利用4公斤900公克=400公克+900公克=1300公克，1800公克-1300公克=500公克，得到小玉西瓜重500公克的答案。
3. 有10%的學生選擇②(低分組有19%)，這些學生可能已具備重量單位複名數加減計算的能力，但是誤解題意，利用4公斤900公克-1800公克-1800公克=1300公克，得到小玉西瓜重1300公克的答案。
4. 有7%的學生選擇④(低分組有20%)，這些學生可能已具備重量單位複名數加減計算的能力，但是誤解題意，利用4公斤900公克+1800公克=6公斤700公克，得到小玉西瓜重6公斤700公克的答案。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-12 容量、重量、面積：以操作活動為主。此階段量的教學應包含初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。不同的量應分不同的單元學習。</p> <p>備註：雖然重量部分的教學主要使用天平，但學生仍須實際體驗重量的量感。本條目教學無常用單位（N-3-14、N-3-15、N-3-16）。</p>	<p>N-3-16 重量：「公斤」、「公克」。實測、量感、估測與計算。單位換算。</p> <p>備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公斤數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。</p>	<p>N-5-13 重量：「公噸」。生活實例之應用。含與「公斤」的換算與計算。使用概數。</p> <p>備註：教師應運用學生熟悉的生活示例，體會各單位的量感。</p>

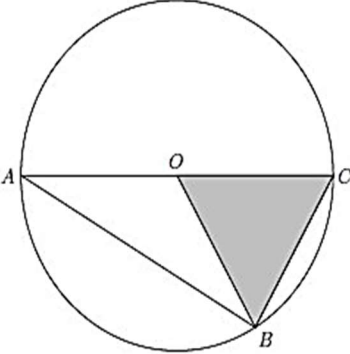
三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備重量單位複名數加減計算的能力。
2. 學生誤認為 1 公斤 = 100 公克。
3. 學生可能不理解重量情境文字題的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 長度、面積、角度等可以透過視覺看到單位量的累積，例如透過直尺的刻度，觀察 5 個 1 公分接起來和 5 公分一樣長的關係，也可以透過點數知道 5 個 1 平方公分合起來是 5 平方公分的意義。但重量無法透過視覺看到單位量的累積，例如無法理解為什麼 5 個 1 公克合起來和 5 公克一樣重的意義，教師可以透過天平或秤，建立普遍單位的意義。例如先利用天平，幫助學生發現 5 個 1 公克的砝碼合起來和 1 個 5 公克的砝碼一樣重，所以 5 個 1 公克合起來的重量就是 5 公克；或利用秤，幫助學生發現 5 公克的砝碼重 5 公克，5 個 1 公克砝碼的重量也是 5 公克，所以 5 個 1 公克合起來的重量是 5 公克。
2. 因為「公斤、公克」單位間是 1000 倍的關係，建議教師先處理大單位化為小單位的問題，再處理小單位聚成大單位的問題，但兩單位間的化聚限制在整數倍，例如「5 公斤 = () 公克」，「3000 公克 = () 公斤」。
3. 教師應幫助學生進行複名數的命名活動，認識 3 公斤和 50 公克合起來的重量是 3 公斤 50 公克，3 公斤 50 公克是 3 公斤和 50 公克合起來的重量。

題號	試題代碼		答案				
23	112-M3-C3-23		4				
學習重點	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。						
知識向度	空間與形狀	認知向度	解題思考				
題目	<p>如圖，A、B、C 三點都在圓周上，O 是圓心，塗色部分是邊長為 5 公分的正三角形。</p>  <p>甲說：AB 線段比 10 公分短。</p> <p>乙說：圓的半徑是 5 公分。</p> <p>丙說：BC 線段和 OA 線段一樣長。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲、乙正確</p> <p>② 只有甲、丙正確</p> <p>③ 只有乙、丙正確</p> <p>④ 甲、乙、丙都正確</p>						
選答率	選項	1	2	3	4*	其他	通過率：22%
	全體	0.23	0.24	0.30	0.22	0.01	
	高分組	0.20	0.16	0.33	0.32	0.00	鑑別度：0.15
	低分組	0.25	0.29	0.27	0.17	0.02	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定一個標示半徑、直徑及正三角形的圓，要求學生選出正確的敘述，評量學生半徑、直徑及弦長度長短比較的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 22%，高分組答對率 32%，低分組答對率 17%，鑑別度 0.15。
2. 22%的學生選擇正確答案④；23%的學生選擇①；24%的學生選擇②；30%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.15，正確答案為選項④，通過率為22%，顯示超過兩成的學生已具備半徑、直徑及弦長度長短比較的能力。
2. 有23%的學生選擇①(低分組有25%)，這些學生可能不具備半徑、直徑及弦長度長短比較的能力；也可能無法利用正三角形三邊等長來推論 BC 線段和 OA 線段一樣長。
3. 有24%的學生選擇②(低分組有29%)，這些學生可能不具備半徑、直徑及弦長度長短比較的能力；也可能無法利用正三角形三邊等長的特徵來推論出圓的半徑是 5公分。
4. 有30%的學生選擇③(低分組有27%)，這些學生可能不具備半徑、直徑及弦長度長短比較的能力；也可能不知道直徑是最長的弦。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-2-2 簡單幾何形體：以操作活動為主。包含平面圖形與立體形體。辨認與描述平面圖形與立體形體的幾何特徵並做分類。	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。	S-5-3 扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合(幾分之幾圓)。能畫出指定扇形。 備註：扇形含圓心角大於 180 度的情況。

			理解如「圓心角 90 度的扇形是 $\frac{1}{4}$ 圓」等的結論。畫出指定扇形包括「給定一圓，能畫出 $\frac{1}{3}$ 圓、 $\frac{1}{6}$ 圓等扇形」、「畫出指定半徑與圓心角的扇形」。
--	--	--	---

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

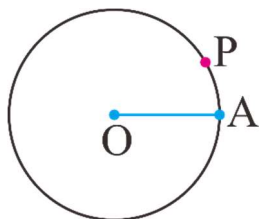
1. 學生可能不具備半徑、直徑及弦長度長短比較的能力。
2. 學生可能無法利用正三角形三邊等長來推論 BC 線段和 OA 線段一樣長。
3. 學生可能不知道直徑是最長的弦。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 S-3-3 為 S-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經能辨認簡單平面圖形(圓、三角形、正方形、長方形等)。

本學習內容首次引入周界是曲線的平面圖形，幫助學生認識圓的圓心、圓周、半徑與直徑，以及半徑與直徑長度的關係，並幫助學生使用圓規畫圓。

2. 以下圖為例，有下列幾種描述半徑的方法：



- (1) 稱 OA 線段為半徑，此時的半徑是一條線段。
- (2) 稱 OP 兩點的距離為半徑，此時的半徑是兩點的距離。
- (3) 稱半徑 = 5 公分，此時的 5 公分可能是 OA 線段的長度，也可能是 OP 兩點的距離。
- (4) 半徑是集合，學生必須發現圓心 O 和圓上任意點連成的線段都一樣或發現圓心 O 和圓上任意點的距離都相等，才能掌握所有半徑都等長意義。

這四種描述的方法中，第一種是學生最容易接受的方法，但是用圓規畫圓時，學生看不到線段 OA ，只能看到針尖和筆尖兩點的距離，建議在圓規兩腳之間綁上繩子或橡皮筋，讓學生在畫圓時，能看到針尖和筆尖的距離，也能看到連接針尖和筆尖的線段。

3. 部分三年級學生尚未掌握所有平面圖形所成集合的意義，因此，本學習內容只討論給定圓的直徑長是半徑長的 2 倍，不討論所有圓的直徑長都是半徑長的 2 倍。

4. 有兩種溝通半徑與直徑關係的方法：

方法一：分別量出半徑與直徑的長度，例如半徑長 5 公分，直徑長 10 公分，再利用除法算式 $10 \div 5 = 2$ ，說明直徑長是半徑長的 2 倍。

方法二：在圓上畫出直徑，幫助學生發現直徑是由兩條半徑組成的，所以 2 條半徑接起來的長度和直徑一樣長。

10 是 5 的 2 倍是基準量和比較量關係的描述，指的是以 5 為基準量 1 時，比較量 10 會是 2，三年級學生較無法掌握 10 是 5 的 2 倍的意義。建議教師利用方法二說明半徑與直徑的關係。

題號	試題代碼		答案				
24	112-M3-A1-24		4				
學習重點	<p>N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十乘範圍的除法，做為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。</p>						
知識向度	數與計算	認知向度		概念理解			
題目	<p>桌上有糖果比 100 顆多一點。老師將桌上的糖果平分給一些小朋友，最後剩下 7 顆，請問老師可能平分給多少位小朋友？</p> <p>① 5 位 ② 6 位 ③ 7 位 ④ 8 位</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：40%
	全 體	0.17	0.21	0.20	0.40	0.02	
	高分組	0.12	0.16	0.10	0.61	0.01	鑑別度：0.39
	低分組	0.21	0.24	0.31	0.22	0.02	
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定被除數的範圍及餘數，要求學生選出可能的除數，評量學生餘數必須小於除數的約定。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 40%，高分組答對率 61%，低分組答對率 22%，鑑別度 0.39。</p> <p>2. 40%的學生選擇正確答案④；17%的學生選擇①；21%的學生選擇②；20%的學生選擇③。</p>							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.39，正確答案為選項④，通過率為40%，顯示四成的學生已掌握餘數必須小於除數的約定。
2. 有17%的學生選擇①(低分組有21%)，這些學生可能無法掌握餘數必須小於除數的約定。
3. 有21%的學生選擇②(低分組有24%)，這些學生可能無法掌握餘數必須小於除數的約定。
4. 有20%的學生選擇③(低分組有31%)，這些學生可能無法掌握餘數必須小於除數的約定。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-9</p> <p>解題：分裝與平分。以操作活動為主。除法前置經驗。理解分裝與平分之意義與方法。引導學生在解題過程，發現問題和乘法模式的關連。</p> <p>備註：本條目非除法教學，不列除式，不用「除」的名稱(N-3-4)。限相當於整除的問題。教學應在「十十乘法」範圍中進行。可用幾個一數或連減協助，但不可成為答題格式。</p>	<p>N-3-4</p> <p>除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十十乘法範圍的除法，做為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。</p>	<p>N-3-5</p> <p>除一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。</p> <p>備註：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。</p> <p>N-3-6</p> <p>解題：乘除應用問題。乘數、被乘數、除數、被除數未知之應用解題。連結乘與除的關係(R-3-1)。</p> <p>備註：可使用解題策略協助學生理解與轉化問題(例如「倍」的</p>

			<p>語言、空格算式、乘除互逆等)。本條目不須另立單元教學。</p> <p>R-3-1</p> <p>乘法與除法的關係：乘除互逆。應用於驗算與解題。</p> <p>備註：理解例如「3 的幾倍是 15」、「什麼數的 4 倍是 12」要用除法列式解題。</p>
--	--	--	---

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能無法掌握餘數必須小於除數的約定。
2. 學生可能不理解題意。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 理解除法算式的意義包含下列部分：
 - (1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
 - (2) 理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。
 - (3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。
2. 「 $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」中，餘數的範圍是「 $0 \leq r < b$ 」，也就是說，剩下 0 個中的 0 也是餘數。例如「將 12(或 13、14)個蘋果平分給 3 個人」，學生必須解題成功，才知道餘數是 0(或 1、2)。
建議教師命題時，不論餘數是否為 0，都要同時詢問商數及餘數。
例如：將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？
將 12 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？
3. 以包含除問題「14 個蘋果，每 3 個蘋果裝 1 盒，最多可裝滿幾盒，還剩下多少個蘋果？」為例，學生可能有下列三種解題的方法。

方法一：利用加法來解題

$$3 + 3 = 6 \cdot 6 + 3 = 9 \cdot 9 + 3 = 12 \cdot 14 - 12 = 2 \cdot$$

透過點數算式中有 4 個 3，得到最多可裝滿 4 盒，還剩下 2 個蘋果。

方法二：利用減法來解題

$$14 - 3 = 11 \cdot 11 - 3 = 8 \cdot 8 - 3 = 5 \cdot 5 - 3 = 2 \cdot$$

透過點數算式中有 4 個 3，得到最多可裝滿 4 盒，還剩下 2 個蘋果。

方法三：嘗試錯誤

三年級學生應該已熟記十乘乘法，可以利用 $3 \times 4 = 12$ ， $14 - 12 = 2$ ，得到最多可裝滿 4 盒，還剩下 2 個蘋果。

4. 以等分除問題「將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？」為例，學生可能有下列二種解題的方法。

方法一：嘗試錯誤

三年級學生應該已熟記十乘乘法，可以利用 $4 \times 3 = 12$ ， $14 - 12 = 2$ ，得到最多分到 4 個蘋果，還剩下 2 個蘋果。

方法二：利用「一次一人分 1 個蘋果」來解題

步驟一：教師先做出 3 個人的位置，說明一次一人分 1 個蘋果，有 3 個人，所以一次可以分掉 3 個蘋果。

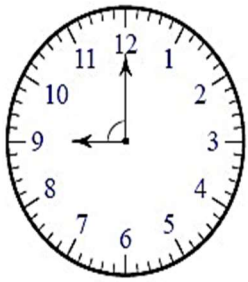
步驟二：第一次分掉 3 個蘋果，每人分到 1 個蘋果，還剩下 11 個蘋果，可以用減法算式 $14 - 3 = 11$ 把做法記下來。

第二次也分掉 3 個蘋果，每人分到 1 個蘋果，還剩下 8 個蘋果，可以用減法算式 $11 - 3 = 8$ 把做法記下來。

第三次也分掉 3 個蘋果，每人分到 1 個蘋果，還剩下 5 個蘋果，可以用減法算式 $8 - 3 = 5$ 把做法記下來。

第四次也分掉 3 個蘋果，每人分到 1 個蘋果，還剩下 2 個蘋果，不夠再分一次，可以用減法算式 $5 - 3 = 2$ 把做法記下來。

步驟三：每次一人分到 1 個蘋果，一共分了 4 次，所以一人共分到 4 個蘋果，還剩下 2 個蘋果。

題號	試題代碼		答案				
25	112-M3-C3-25		2				
學習重點	S-3-1 角與角度 (同 N-3-13) : 以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註：同 N-3-13 備註。						
知識向度	空間與形狀	認知向度	解題思考				
題目	<p>如圖，「9 點整」時，時針和分針的夾角是直角。</p>  <p>下列是甲、乙兩人对時針和分針夾角的說法。</p> <p>甲說：「7 點整」分針和時針的夾角比「8 點整」小。</p> <p>乙說：「2 點整」分針和時針的夾角和「10 點整」一樣大。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲正確</p> <p>② 只有乙正確</p> <p>③ 甲和乙都正確</p> <p>④ 甲和乙都不正確</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：56%
	全 體	0.13	0.56	0.13	0.17	0.02	
	高分組	0.03	0.84	0.06	0.06	0.01	鑑別度：0.56
	低分組	0.24	0.27	0.20	0.27	0.02	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題利用鐘面圖像說明九點整時鐘圖像兩針的夾角是直角，要求學生判斷兩個整點時刻時鐘夾角的大小，評量學生角度直接比較與間接比較的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 56%，高分組答對率 84%，低分組答對率 27%，鑑別度 0.56。

2. 56%的學生選擇正確答案②；13%的學生選擇①；13%的學生選擇③；17%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.56，正確答案為選項②，通過率為56%，顯示近六成的學生已具備角度直接比較與間接比較的能力。

2. 有13%的學生選擇①(低分組有24%)，這些學生可能不具備角度直接比較與間接比較的能力，他們認為7比8小，所以7點兩針的夾角比8點兩針的夾角小，10和2不一樣大，所以10點兩針的夾角和2點兩針的夾角不一樣大。

3. 有13%的學生選擇③(低分組有20%)，這些學生可能不具備角度直接比較與間接比較的能力，他們認為7比8小，所以7點兩針的夾角比8點兩針的夾角小。

4. 有17%的學生選擇④(低分組有27%)，這些學生可能不具備角度直接比較與間接比較的能力，他們認為10和2不一樣大，所以10點兩針的夾角和2點兩針的夾角不一樣大。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-2-2 簡單幾何形體：以操作活動為主。包含平面圖形與立體形體。辨認與描述平面圖形與立體形體的幾何特徵並做分類。	S-3-1 角與角度（同 N-3-13）：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註：同 N-3-13 備註。	S-5-3 扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合（幾分之幾圓）。能畫出指定扇形。 備註：扇形含圓心角大於 180 度的情況。

			理解如「圓心角 90 度的扇形是 $\frac{1}{4}$ 圓」等的結論。畫出指定扇形包括「給定一圓，能畫出 $\frac{1}{3}$ 圓、 $\frac{1}{6}$ 圓等扇形」、
--	--	--	---

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備角度直接比較與間接比較的能力。
2. 學生可能沒有依題意畫圖的能力。
3. 學生可能認為 7 比 8 小，所以 7 點兩針的夾角比 8 點兩針的夾角小；10 和 2 不一樣大，所以 10 點兩針的夾角和 2 點兩針的夾角不一樣大。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 建議教師透過直尺、三角板、正方形或長方形幫助學生認識直角，並能判斷給定的角和直角的大小關係。三年級還沒有引入角度的常用單位「度」，不能說直角的角是 90 度。
2. 三年級討論的對象是「張開角」，張開角指的是共端點兩重合線段張開的結果，共同的端點稱為頂點，張開後的兩線段稱為邊，因為張開後的形狀像圖形的角，故稱之為張開角。張開角的角度指的是張開的程度，選定單位量後，可以把角張開的程度數量化，討論張開角的角度不宜超過 180 度(不含平角)。
3. 學生常透過邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等特徵，來比較兩個角張開程度的大小，例如學生常誤認下圖右邊那個角的角度比較大，可能的理由是學生只看到張開角張開後的結果，並沒有看到張開的過程，無法理解張開程度的意義，建議教師透過實作，讓學生經驗張開角張開程度的意義。



4. 建議教師透過下面的操作，幫助學生理解角的大小指的是張開程度的大小。

先拿出兩把扇子，其中一把扇子的邊比較長，稱為甲扇，另一把扇子的邊比較短，稱為乙扇，先張開甲扇，問學生扇子張開了多大，學生可能描述扇子的面積、弧長等與張開程度無關的答案；此時可將乙扇張開到和甲扇一樣大，再問學生這兩把扇子張開的程度是否一樣，此時兩把扇子的面積、邊長及弧長都不相同，只有張開的程度相同，強迫學生排除邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等因素，將注意力放在張開程度上。接下來，再將乙扇張開一些，問哪一把扇子張開的程度比較大，此時甲扇的邊長、弧長都比乙扇長，甲扇的面積也比乙扇大，只有張開的程度比較小，可以檢查學生是否掌握張開程度的意義。

伍、整體學力表現分析

一、不同背景變項學生整體學力表現分析

本計畫同時採用古典測驗理論(classical test theory, CTT)與試題反應理論(item response theory, IRT) 三參數模式作為試題分析理論基礎，並以三參數模式進行學生能力估計。三參數模式有 a、b、c 三種參數，分別代表鑑別度、難度以及猜測度。學生能力估計值則參考 PISA 與 TIMSS 等國際大型測驗的作法，將估計出來的能力轉換至平均分數 500，標準差 100 的量尺上，再以轉換所得量尺分數進行不同背景變項學生表現分析。本年度數學三年級整體學生學力表現分布狀況，如圖 5-1 所示。

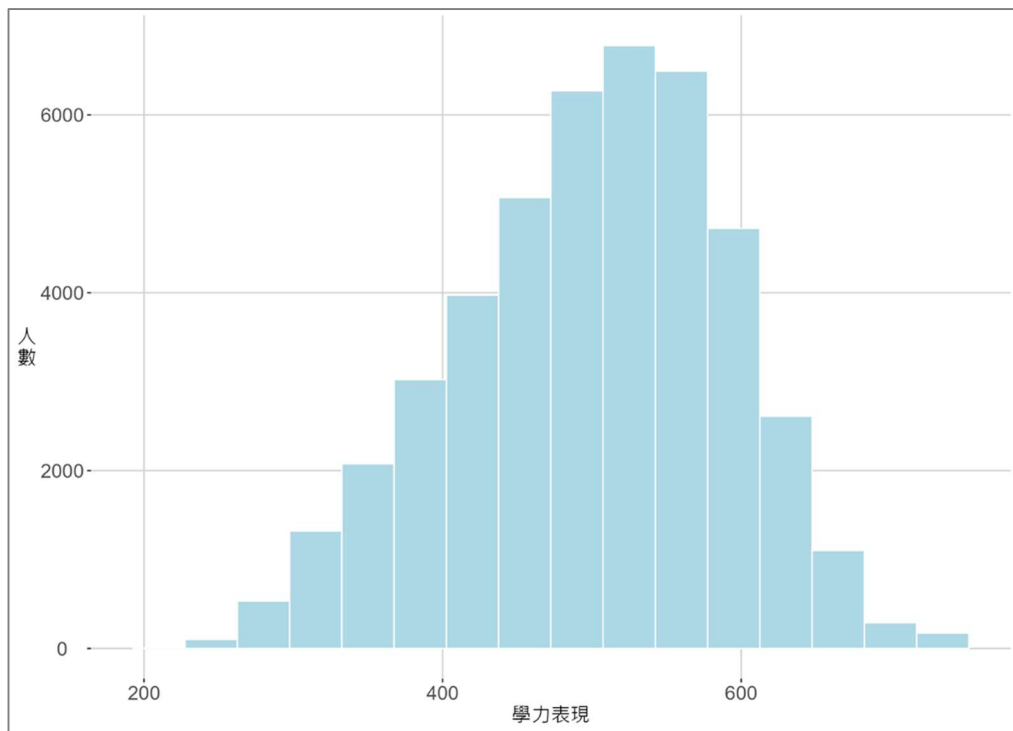


圖 5-1 數學三年級整體學生學力表現分布圖

如圖 5-2，以性別為背景變項進行分析，男生的平均量尺分數為 501（標準差 93），女生平均量尺分數則為 499（標準差 88）；再以不同都市化程度進行背景變項分析，發現「都會核心」、「工商市區」及「新興市鎮」之三年級學生其數學學力檢測表現高於整體平均，「傳統產業市鎮」及「高齡化鄉鎮」與整體平均差異不大，「低度發展鄉鎮」及「偏遠鄉鎮」學生之表現低於整體平均。

按照不同都市化程度學力表現由高至低依序為「都會核心」、「工商市區」、「新興市鎮」、「傳統產業市鎮」、「高齡化鄉鎮」、「低度發展鄉鎮」、「偏遠鄉鎮」，各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差如表 5-1 所示。本年度報考學生人數 50,736 人，排除無效樣本後，總計背景變項分析有效樣本為 44,549 人。

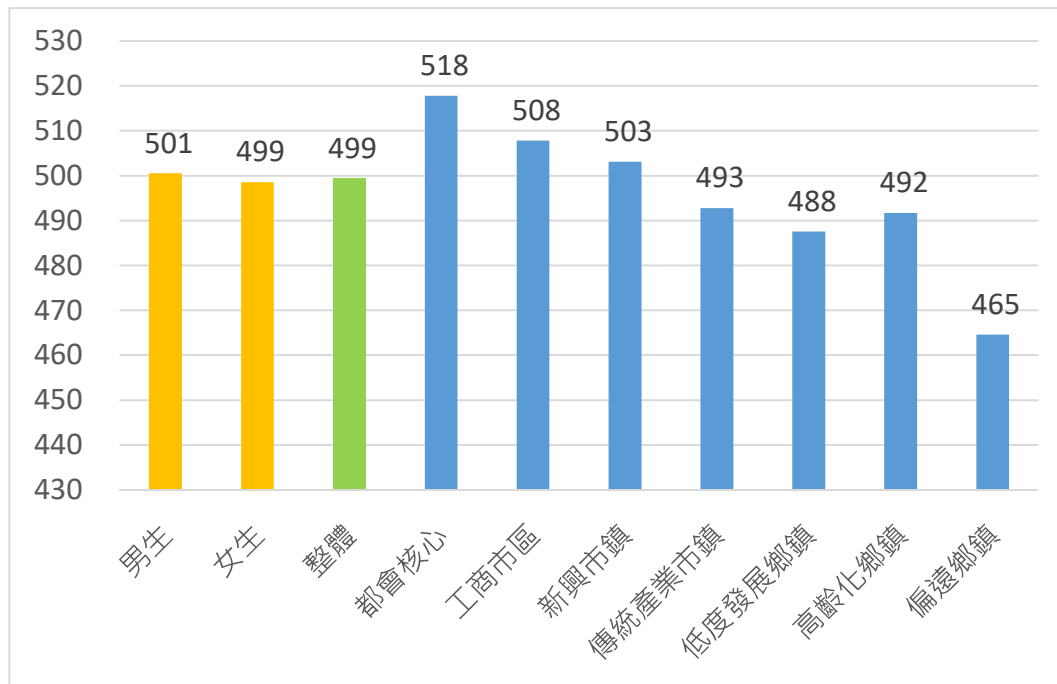


圖 5-2 數學三年級學生不同背景變項學力表現

表 5-1 各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差

	人數	平均數	標準差
整體	44,549	499	90
都會核心	2,475	518	86
工商市區	12,928	508	88
新興市鎮	12,006	503	88
傳統產業市鎮	5,895	493	90
低度發展鄉鎮	7,680	488	93
高齡化鄉鎮	2,147	492	94
偏遠鄉鎮	1,418	465	94

二、國民小學三年級學生於不同學習重點之答對率表現

藉由將「國民小學數學三年級學生學習能力檢測」題號，對應之十二年國教課程綱要學習重點和答對率進行交叉對照，可更明確檢視學生表現較優異和有待加強之處，相關整理如表 5-2 所示。

表 5-2-1 數與計算學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100	2	N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。 備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。
	4	N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十乘乘法範圍的除法，做為估商的基礎。 備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。
81~90	7	N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。 備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學 (N-4-5)。應區分真分數與假分數之教學 (例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數 (如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況)。

71~80	6	N-3-11	<p>整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。</p> <p>備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法 (N-2-11)，理解在數線上做加、減的意義。</p>
	8	N-3-11	<p>整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。</p> <p>備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法 (N-2-11)，理解在數線上做加、減的意義。</p>
	9	N-3-1	<p>一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。</p> <p>備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。</p>
	11	N-3-7	<p>解題：兩步驟應用問題 (加減與除、連乘)。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。</p> <p>備註：乘除混合、連除在四年級 (N-4-3)。</p>
61~70	3	N-3-7	<p>解題：兩步驟應用問題 (加減與除、連乘)。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。</p> <p>備註：乘除混合、連除在四年級 (N-4-3)。</p>
	12	N-3-5	<p>除以一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。</p> <p>備註：須處理被除數有 0 的題型。</p>

51~60	14	N-3-8	<p>解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。</p> <p>備註：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。</p>
	15	N-3-7	<p>解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。</p> <p>備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。</p>
	16	N-3-3	<p>乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。</p> <p>備註：須處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。</p>
	19	N-3-1	<p>一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。</p> <p>備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。</p>
41~50	17	N-3-2	<p>加減直式計算：含加、減法多次進、退位。</p> <p>備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。</p>
31~40	24	N-3-4	<p>除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十乘乘法範圍的除法，做為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。</p>
21~30			
11~20			
0~10			

表 5-2-2 量與實測學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80	10	N-3-15 容量：「公升」、「毫升」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公升數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。
	22	N-3-16 重量：「公斤」、「公克」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公斤數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。
61~70		
51~60		
41~50		
31~40		
21~30		
11~20		
0~10		

表 5-2-3 空間與形狀學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80		
61~70	5	S-3-2 正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。 備註：知道如何判斷斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。
51~60	25	S-3-1 角與角度 (同 N-3-13)：以具體操作為主。初步認識角和角度。 角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註：同 N-3-13 備註。
41~50		
31~40	18	S-3-1 角與角度 (同 N-3-13)：以具體操作為主。初步認識角和角度。 角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註：同 N-3-13 備註。
21~30	20	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。
	23	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。
11~20		
0~10		

表 5-2-4 關係學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100	1	R-3-2 數量模式與推理 (I) : 以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目標。可結合表格教學 (D-3-1) 。
81~90		
71~80		
61~70		
51~60	13	R-3-2 數量模式與推理 (I) : 以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目標。可結合表格教學 (D-3-1) 。
41~50		
31~40		
21~30		
11~20		
0~10		

陸、整體教學建議

一、學生整體表現

由表 6-1 觀之，本次測驗全體學生的平均通過率是 62%。從學生在各評量指標-知識向度與認知向度的解題表現來看，其中，在知識向度方面，學生在量與實測向度的平均通過率最高(78%)，其次是關係向度(75%)、數與計算向度(66%)，而在空間與形狀向度的平均通過率最低(39%)；在認知向度方面，學生在程序執行向度的平均通過率最高(74%)，在解題思考向度平均通過率最低(56%)。進一步分析資料，學生在關係*概念理解向度的平均通過率最佳 (全：96%，高分組：98%，低分組：91%)；學生在空間與形狀*解題思考向度的平均通過率最低 (全：34%，高分組：54%，低分組：18%)。

此結果顯示針對三年級學生的數學課室教學，教師對於建立學生空間與形狀概念，以及解題思考能力，除重視基本概念之講解說明與程序運算的練習之外，亦要多提供促進學生思考與討論的應用性問題，提升學生更高階段的學習成效。

表 6-1 整體學生及高分組、低分組學生於各評量向度之通過率

三	概念理解			程序執行			解題思考			小計		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	分組	通過率	
數與計算	4、8、9、 14、19、 21、24	高	0.86	2、16	高	0.90	3、6、7、 11、12、 15、17	高	0.88	共 16 題	高	0.87
		全	0.65		全	0.71		全	0.65		全	0.66
		低	0.38		低	0.51		低	0.36		低	0.39
量與實測	/			22	高	0.95	10	高	0.93	共 2 題	高	0.94
					全	0.79		全	0.78		全	0.78
					低	0.51		低	0.58		低	0.55
空間與形狀	5	高	0.75	/			18、20、 23、25	高	0.54	共 5 題	高	0.58
		全	0.62					全	0.34		全	0.39
		低	0.49					低	0.18		低	0.24

三	概念理解			程序執行			解題思考			小計		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率		分組	通過率
關係	1	高	0.98				13	高	0.76	共 2 題	高	0.87
		全	0.96					全	0.55		全	0.75
		低	0.91					低	0.31		低	0.61
小計	共 9 題	高	0.86	共 3 題	高	0.91	共 13 題	高	0.77	共 25 題	高	0.82
		全	0.68		全	0.74		全	0.56		全	0.62
		低	0.46		低	0.51		低	0.32		低	0.39

二、對學習待加強學生的觀察

本次測驗對象是國小三年級的學生，測驗的內容是以十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校-數學領域中所羅列之三年級學生應學習的學習內容為命題依據。因此，高、低分組學生在這些題目的答對率上應相距不遠；但是，由上表 6-1 呈現的數據發現，有些題目高分組學生與低分組學生的通過率落差很大。因此，我們特別針對鑑別度較高的試題(第 3、12、15、16、19 題)再做進一步的分析與討論，提供老師作為教學上的參考。

(一) 連乘兩步驟問題的解題

1. 評量目標

第 3 題(試題如下)對應的學習內容是「N-3-7 解題：兩步驟應用問題 (加減與除、連乘)。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。備註：乘除混合、連除在四年級 (N-4-3)。備註：乘除混合、連除在四年級 (N-4-3)。」

一盒自動鉛筆有 12 枝，一箱有 6 盒，文具店買進 8 箱，共買進多少枝自動鉛筆？

① 26 枝
 ② 48 枝
 ③ 72 枝
 ④ 576 枝

本題是連乘的兩步驟問題，要求學生算出答案，評量學生連乘兩步驟問題解題的能力。

三年級連乘兩步驟問題的教學重點除了解題之外，還包含能用兩個算式記錄解題活動。因為四年級要引入併式，將兩個算式改用一个併式來記錄，兩個直式無法併式，因此教師不可以接受學生利用兩個直式來記錄解題過程，必須限制學生使用兩個橫式來記錄解題過程。

108 課綱二年級引入「加、減兩步驟問題」及「加減、乘兩步驟問題」，三年級引入「加減、除兩步驟問題」及「連乘兩步驟問題」，四年級引入「乘、除兩步驟問題」，都要求學生用兩個算式記錄解題過程。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.62，正確答案為選項④，通過率為 69%，顯示近七成的學生已具備連乘兩步驟問題解題的能力。其中高分組的通過率是 95%、低分組的通過率是 33%，顯示高分組的學生已具備連乘兩步驟問題解題的能力，但是低分組的學生尚未具備連乘兩步驟問題解題的能力。
- (2) 有 3%的學生選擇選項①(高分組有 0%、低分組有 10%)，這些學生可能不具備連乘兩步驟問題解題的能力；這些學生可能誤解題意，將連乘兩步驟問題解讀成連加兩步驟問題，他們可能已具備加減兩步驟問題解題的能力，利用 $12 + 6 + 8 = 26$ 算出答案是 26。
- (3) 有 14%的學生選擇選項②(高分組有 2%、低分組有 28%)，這些學生可能不具備連乘兩步驟問題解題的能力，只算出每箱有 6 盒，8 箱共有 48 盒後就停止解題。
- (4) 有 14%的學生選擇選項③(高分組有 3%、低分組有 29%)，這些學生可能不具備連乘兩步驟問題解題的能力，只算出每盒 12 枝，6 盒共 72 枝後就停止解題。
- (5) 合起來有 28%的學生選擇選項②或選項③(高分組合起來有 5%、低分組合起來有 57%)，這些學生只算出一個步驟後就停止解題，建議教師必須透過分段布題的策略，幫助低分組的學生解題。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

- (1) 學生在進行兩步驟應用問題解題時，最常遇到的困難是不知道用「 $12 \times 6 = 72$ 」算出「一箱有 72 枝自動鉛筆」後，所得到的「72 枝」還可以繼續運算，因此只算出一個步驟後就停止解題。

建議教師透過分段布題的策略幫助學生解題。

- (2) 學生可能不理解題意。

如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。

- (3) 本題教學重點是解決連乘的兩步驟問題，並用二個算式記錄解題活動，不討論利用數學性質簡化計算的問題。例如：面對「 $37 \times 25 \times 4$ 」的文字題情境時，不討論先算「 37×25 」與先算「 25×4 」，何種算法較有效率。四年級引入三數相乘順序改變不影響其積之後，才開始討論簡化計算的問題。

教師不宜命「丙 = 20，甲是乙的 3 倍，乙是丙的 4 倍，請問甲是丙的多少倍？」的問題，「甲是乙的 3 倍」是基準量與比較量關係的描述。

教師應命「丙 = 20，乙的 3 倍和甲一樣大，丙的 4 倍和乙一樣大，請問丙的多少倍和甲一樣大？」的問題，學生較容易將「乙的 3 倍和甲一樣大」記成「 $乙 \times 3 = 甲$ 」。

- (4) 下面以「一箱餅乾有 8 盒，一盒餅乾有 10 片。林阿姨訂了 5 箱，一共有多少片餅乾」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：先布問題「一箱餅乾有 8 盒，一盒餅乾有 10 片，一箱餅乾有幾片？

用算式把做法記下來」。

幫助學生用算式「 $10 \times 8 = 80$ 」把做法記下來。

步驟二：再布問題「林阿姨訂了 5 箱，一共有多少片餅乾？用算式把做法記下來」。

幫助學生用算式「 $80 \times 5 = 400$ 」把做法記下來。

步驟三：最後再回到原問題，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。

幫助學生用兩個算式「 $10 \times 8 = 80$ 、 $80 \times 5 = 400$ 」把做法記下來。

(二) 三位數除以一位數文字題的解題

1. 評量目標

第 12 題(試題如下)對應的學習內容是「N-3-5 除以一一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。備註：須處理被除數有 0 的題型。」

將一條長 574 公分的棉線，每 8 公分剪成一段，最後剩下不滿一段的棉線長多少公分？

- ① 6 公分
- ② 7 公分
- ③ 13 公分
- ④ 71 公分

本題是三位數除以一位數的文字題，要求學生選出餘數，評量學生利用除法直式計算解題的能力。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.68，正確答案為選項①，通過率為 65%，顯示六成五的學生已具備三位數除以一位數直式計算的能力。其中高分組的通過率是 94%、低分組的通過率是 26%，顯示超過高分組的學生已具備三位數除以一位數直式計算的能力，但是低分組的學生尚未具備三位數除以一位數直式計算的能力。
- (2) 有 6%的學生選擇選項②(高分組有 1%、低分組有 14%)，這些學生可能不具備三位數除以一位數直式計算的能力；這些學生也可能不理解題意，他們可能認為 8 公分剪成一段，剩下的長度會比 8 公分短，直觀的選擇最接近 8 公分且比 8 公分短的 7 公分為答案。
- (3) 有 5%的學生選擇選項③(高分組有 0%、低分組有 13%)，這些學生可能不具備三位數除以一位數直式計算的能力。

- (4) 有 24% 的學生選擇選項④(高分組有 5%、低分組有 46%)，這些學生可能已具備三位數除以一一位數直式計算的能力，他們正確的算出 574 除以 8 的商是 71，餘數是 6，但是誤解題意，把商 71 當成答案。
- (5) 合起來有 89% 的學生選擇選項①或選項④(高分組合起來有 99%、低分組合起來有 72%)，顯示高分組學生都已具備三位數除以一一位數直式計算的能力，可能超過七成的低分組學生也具備三位數除以一一位數直式計算的能力，但是不理解題意。
- (6) 本題低分組學生通過率只有 26%，主要的原因不是低分組學生不具備三位數除以一一位數直式計算的能力，而是低分組學生不理解題意，或不理解被除數、除數、商及餘數所代表的意義。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

- (1) 基本乘法事實是二位數除以一一位數及三位數除以一一位數直式計算的基礎。
- 以 $78 \div 5$ 為例，直式進行了 2 次一位數乘以 5 的計算。
- 以 $678 \div 5$ 為例，直式進行了 3 次一位數乘以 5 的計算。
- 教師應要求學生熟練二位及三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行，為除數是二、三位數的除法直式計算鋪路。
- (2) 以「659 元平分給 4 個人，每個人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生學習除法直式計算。
- a. 有兩種分解 659 的方法，第一種是將 659 分解成 $600 + 50 + 9$ ，第二種是將 659 分解成 6 個百、5 個十和 9 個一。第二種方法會讓計算的數字變小，本基本學習內容透過第二種分解方式引入除法直式計算。
- b. 將 659 元分解成 6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣。
- 先將 6 張百元鈔票平分給 4 個人，每人分到 1 張百元鈔票，還剩下 2 張百元鈔票不夠分；將 2 張百元鈔票換成 20 枚的十元硬幣，再加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 25 枚十元硬幣；25 枚十元硬幣平分給 4 個人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 1 枚十元硬幣不夠分；將 1 枚十元硬幣換成 10 個一元硬幣，加上原有的 9 個一元硬幣，合起來有 19 個一元硬幣；19 個一元硬幣平分給 4 人，每人分到 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣。
- 合起來每個人分到 1 張百元鈔票、6 枚十元硬幣和 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣，也就是每人分到 164 元，剩下 3 元。

c. 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定①、⑩、100來說明。

	百	十	個	
	100	⑩	①	
	1	6	4	⇒分到 1 張百元、6 枚十元和 4 個一元，也就是 164 元
4)	6	5	9	⇒6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣
	4			⇒先分 6 張百元鈔票，每人分到 1 張，還剩下 2 張
	2	5		⇒換成 20 枚十元，加上原有的 5 枚，有 25 枚十元
	2	4		⇒再分 25 枚十元，每人分到 6 枚，剩下 1 枚十元
		1	9	⇒換成 10 個一元，加上原有的 9 個，有 19 個一元
		1	6	⇒再分 19 個一元，每人分到 4 個一元
			3	⇒剩下 3 個一元

(三) 先減後加兩步驟問題的解題

1. 評量目標

第 15 題(試題如下)對應的學習內容是「N-3-7 解題：兩步驟應用問題(加減與除、連乘)。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。備註：乘除混合、連除在四年級(N-4-3)。備註：乘除混合、連除在四年級(N-4-3)。」

王奶奶熬煮了 798 公克草莓果醬，全部平分裝成 7 罐，裝草莓果醬的空罐重 105 公克，一罐果醬重多少公克？

① 114 公克

② 129 公克

③ 219 公克

④ 903 公克

本題是重量情境先除後加的兩步驟問題，要求學生算出答案，評量學生先除後加兩步驟問題解題的能力。

三年級連乘兩步驟問題的教學重點除了解題之外，還包含能用兩個算式記錄解題活動。因為四年級要引入併式，將兩個算式改用一个併式來記錄，兩個直式無法併式，因此教師不可以接受學生利用兩個直式來記錄解題過程，必須限制學生使用兩個橫式來記錄解題過程。

108 課綱二年級引入「加、減兩步驟問題」及「加減、乘兩步驟問題」，三年級引入「加減、除兩步驟問題」及「連乘兩步驟問題」，四年級引入「乘、除兩步驟問題」，都要求學生用兩個算式記錄解題過程。

2. 試題分析

(1) 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項③，通過率為 53%，顯示超過五成的學生已具備重量情境先除後加兩步驟問題解題的能力。其中高分組的通過率是 82%、低分組的通過率是 24%，顯示超過八成高分組的學生已具備重量情境先除後加兩步驟問題解題的能力，但是低分組的學生尚未具備重量情境先除後加兩步驟問題解題的能力。

(2) 有 25%的學生選擇選項①(高分組有 11%、低分組有 33%)，這些學生可能不具備重量情境先除後加兩步驟問題解題的能力，他們只計算出 798 公克平分裝成 7 罐後，就停止解題。

學生停止解題可能的原因有兩個，第一個是誤解題意，算出一瓶分到的果醬後，忘記加上瓶子的重量，第二個是算出 1 罐果醬 114 公克後，不知道 114 公克還可以繼續運算，因此只算出一個步驟後就停止解題。

(3) 有 9%的學生選擇選項②(高分組有 3%、低分組有 17%)，這些學生可能已具備重量情境先除後加兩步驟問題解題的能力，但在計算「 $114+105$ 」時進位發生錯誤。

(4) 有 12%的學生選擇選項④(高分組有 4%、低分組有 25%)，這些學生可尚未具備重量情境先除後加兩步驟問題解題的能力；也可能不理解題意，僅將題目提到的兩個重量相加當作答案。

(5) 本題通過率偏低的主要原因，可能與誤解題意有關，學生算出一瓶分到的果醬後，忘記加上瓶子的重量。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1) 低分組學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是算出第一個步驟的答案後，因為答案沒有在題目中，就不知道如何繼續往下算。

建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。

(2) 如果學生不理解題意，建議教師透過操作具體物的方式來說明題意，並要求學生再操作一次具體物，檢查學生是否理解題意。

(3) 以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。

步驟一：先布問題「甲有 15 元，乙有 25 元，兩人合起來有多少元？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $15 + 25 = 40$ 」把做法記下來。

步驟二：再布問題「兩人合起來有 40 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $40 \div 5 = 8$ 」記錄解題活動。

步驟三：最後，再布原問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。幫助學生用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ 」把做法記下來。

(四) 三位數乘以一位數的計算題

1. 評量目標

第 16 題(試題如下)對應的學習內容是「N-3-3 乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。備註：須處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。」

算算看看，□內要填入哪個數字？

$$\begin{array}{r}
 3 \square 7 \\
 \times \quad 6 \\
 \hline
 2322
 \end{array}$$

① 2
 ② 3
 ③ 7
 ④ 8

本題給定十位數字未知的三位數乘以一位數的直式計算過程，要求學生選出未知的十位數字，評量學生三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.61，正確答案為選項④，通過率為 51%，顯示超過五成的學生已具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。其中高分組的通過率是 82%、低分組的通過率是 20%，顯示超過八成高分組的學生已具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，但是低分組的學生尚未具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。
- (2) 有 15%的學生選擇選項①(高分組有 3%、低分組有 32%)，這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，他們不理會 7 乘以 6 是 42，可以換成 4 個⑩和 2 個①，只看到積的十位數字是 2， $2 \times 6 = 12$ ，所以認為□內應該填入 2。
- (3) 有 19%的學生選擇選項②(高分組有 10%、低分組有 25%)，這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，他們可能算出 7 個①的 6 倍是 42 個①，可以換成 4 個⑩和 2 個①，因為被乘數的十位數字未知，積的十位數字是 2， $4 + 8 = 12$ ，學生可能從 6 的乘法中找出個位數字是 8 的積，6 乘 3 是 18，所以認為□內應該填入 3。

- (4) 有 14% 的學生選擇選項③(高分組有 5%、低分組有 22%)，這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，他們不理會 7 乘以 6 是 42，可以換成 4 個ⓐ和 2 個ⓑ，只看到積的十位數字是 2， $7 \times 6 = 42$ ，所以認為□內應該填入 7。
- (5) 合起來有 29% 的學生選擇選項①或選項③(高分組合起來有 8%、低分組合起來有 54%)，這些學生不理會 7 乘以 6 是 42，可以換成 4 個ⓐ和 2 個ⓑ，只看到積的十位數字是 2，直接選擇乘以 6 的個位數字是 2 的數為答案。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

- (1) 學生可能不理會 7 乘以 6 是 42，可以換成 4 個ⓐ和 2 個ⓑ，只看到積的十位數字是 2，直接選擇乘以 6 的個位數字是 2 的數為答案。

建議教師應要求學生由被乘數的個位開始計算，並養成算出□內要填入的數字後，必須驗算判斷答案是否正確的習慣。

- (2) 二位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為二位數乘法直式計算的基礎，也是除數為二位數除法直式計算的基礎。

以 34×678 為例，直式進行 3 次 34 乘以一位數 6、7、8 的計算。

以 $4613 \div 72$ 為例，學生估商時進行 2 次 72 乘以一位數的計算。

三位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為三位數乘法直式計算的基礎，也是除數為三位數除法直式計算的基礎。

以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。

以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。

- (3) 有兩種分解 247 的方法，第一種是將 247 分解成 100、40 和 7；第二種是將 247 分解成 2 個百 4 個十和 7 個一。乘法直式計算採用第二種分解方式，使得每一個單位的個數都不超過 10，藉以簡化計算。

下面的圖一是第一種分解方法的乘法直式計算，圖二是第二種分解方法的乘法直式計算。

不易將第一種分解方法的乘法直式計算結果記成一行，學生必須先將 7×6 、 40×6 、 200×6 的計算結果記在心裡，再心算出這三個數的和，才能將圖一的計算結果改記成一行，國小三年級的學生不易做到。

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	2	4	7
×			6
		4	2
	2	4	0
+1	2	0	0
1	4	8	2

(圖一)

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	2	4	7
×			6
		4	2
	2	4	
+1	2		
1	4	8	2

(圖二)

(4) 以「 147×6 」為例，說明如何幫助學生將乘法直式計算的積摘要的記成一行。

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	1	4	7
×			6
		4	2
	2	4	
+	6		
	8	8	2

→

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	1	4	7
×			6
		8	2
	8		

因為「4」和「4」都是「十」單位，只要心算出「 $4+4$ 」，就可以省略記成一行。
 因為「2」和「6」都是「百」單位，只要心算出「 $2+6$ 」，就可以省略記成一行。
 因此可以省略記成一行。

(5) 一位數乘以二位數的直式計算比二位數乘以一位數的直式計算困難，一位數乘以三位數的直式計算比三位數乘以一位數的直式計算困難，而且不是大數字乘法直式計算的先備知識，教師只要幫助學生理解直式計算解題的意義即可，不必要求熟練。

當學生認識乘法交換律後，教師可以幫助學生利用乘法交換律，將一位數乘以二位數的計算問題，例如 7×34 ，改用二位數(三位數)乘以一位數的直式，例如 34×7 算出答案。將一位數乘以三位數的計算問題，例如 7×348 ，改用三位數乘以一位數的直式，例如 348×7 算出答案。

(五) 位值單位的換算

1. 評量目標

第 19 題(試題如下)對應的學習內容是「N-3-1 一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。」

四位數 5851 中，數字 8 代表數的數是 800。

請問左邊的數字 5 和右邊的數字 5 所代表的數相差多少？

① 5749

② 4955

③ 4950

④ 4500

本題給定千位及十位數字都是 5 的四位數，要求學生回答這兩個 5 所代表的值相差多少，評量學生位值單位換算及減法直式計算的能力。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項③，通過率為 60%，顯示六成的學生已具備位值單位換算及減法直式計算的能力。其中高分組的通過率是 87%、低分組的通過率是 29%，顯示約九成高分組的學生已具備位值單位換算及減法直式計算的能力，但是低分組的學生尚未具備位值單位換算及減法直式計算的能力。
- (2) 有 10%的學生選擇選項①(高分組有 2%、低分組有 22%)，這些學生可能尚未具備位值單位換算及減法直式計算的能力；這些學生也可能不理解題意，他們可能知道左邊的 5 是右邊的 5 的 100 倍，而左邊的 5 是第 4 個數字，右邊的 5 是第 2 個數字，相差 2 個數字， $5851 - 100 - 2 = 5749$ ，得到 5749 的答案。
- (3) 有 12%的學生選擇選項②(高分組有 3%、低分組有 22%)，這些學生可能尚未具備位值單位換算及減法直式計算的能力；這些學生也可能不理解題意，他們可能知道左邊的 5 代表 5000，右邊的 5 代表 50，但是在計算相差多少時，多加了 1 個 5， $5000 - 50 = 4950$ ， $4950 + 5 = 4955$ ，得到 4955 的答案。

(4) 有 17% 的學生選擇選項④(高分組有 8%、低分組有 26%)，這些學生可能尚未具備位值單位換算及減法直式計算的能力；這些學生也可能不理解題意，他們可能知道左邊的 5 代表 5000，但是誤認為右邊的 5 代表 500， $5000 - 500 = 4500$ ，得到 4500 的答案。

(5) 低分組四個選項的選答率分別是 22%、22%、29%、26%，顯示低分組學生不具備位值單位換算的能力。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1) 有兩種解讀 5851 的方法：

a. $5851 = 5000 + 800 + 50 + 1$

b. 5851 和 5 個千、8 個百、5 個十和 1 個一合起來一樣大。

教師應幫助學生掌握這兩種解讀的方法，並能進行這兩種解讀方法的轉換。

(2) 學生可能熟悉千位的 5 所代表的值是十位 5 的 100 倍，但是不熟悉千位的 5 所代表的值和十位的 5 所代表的值相差多少。

相同的單位才能比較大小或倍數關係， $5000 \div 50 = 100$ 、或 $50 \times 100 = 5000$ ，所以 5000 是 50 的 100 倍， $5000 - 500 = 4500$ ，所以 5000 比 500 多 4500。

(3) 二年級已處理過「一」和「十」單位、「一」和「百」的換算以及「十」和「百」單位的換算。建議以此為基礎，先處理「一」和「千」單位的換算，再處理「百」和「千」單位的換算，最後處理「十」和「千」單位的換算。

(4) 進行 1000 以內位值單位的換算，指的是：

能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」，例如將「2357」聚成「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」，以及將「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」，例如將「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」化成「2357」的雙向化聚。

(5) 建議教師透過下面步驟幫助學生解題

步驟一：說明四位數 5851 中，左邊數字 5 及右邊數字 5 各自的意義。

a. 溝通個數：千位數字 5 指的是有 5 個千，十位數字 5 指的是有 5 個十。

b. 溝通是多少個一：5 個千和 5000 一樣大，5 個十和 50 一樣大。

步驟二：不同單位不可以相加減，必須將千位數字和十位數字轉換成相同的單位。

千位數字 5 所表示的值(以一為單位)是 5000。

十位數字 5 所表示的值(以一為單位)是 50。

步驟三：算出千位數字 5 所代表的值和十位數字 5 所代表的值相差多少。

$$5000 - 50 = 4950。$$

112 年₃學₁力₂檢₃測₄測₅驗₆題₇本₈
數₁學₂三₃年₄級₅

作₁答₂注₃意₄事₅項₆：

各₁位₂同₃學₄：

你₁們₂好₃。

這₁是₂一₃份₄數₅學₆的₇試₈題₉， 總₁共₂ 25 題₃。

測₁驗₂時₃間₄為₅ 40 分₆鐘₇。

每₁一₂題₃請₄選₅出₆一₇個₈最₉合₁₀適₁₁的₁₂答₁₃案₁₄，
並₁用₂ 2B 鉛₃筆₄在₅答₆案₇卡₈畫₉記₁₀， 不₁可₂超₃出₄
格₁線₂外₃， 如₄果₅需₆要₇修₈改₉答₁₀案₁₁， 請₁₂使₁₃用₁₄橡₁₅
皮₁₆擦₁₇擦₁₈拭₁₉乾₂₀淨₂₁， 再₂₂重₂₃新₂₄畫₂₅記₂₆。

畫₁記₂說₃明₄：

當₁你₂想₃選₄擇₅的₆答₇案₈為₉④時₁₀，
正₁確₂畫₃記₄為₅① ② ③ ●

其₁他₂事₃項₄：





★ 每₁一₂題₃都₄要₅回₆答₇。

★ 試₁題₂如₃有₄錯₅誤₆， 請₇立₈即₉告₁₀知₁₁老₁₂師₁₃。

學 ₁ 校 ₂	
班 ₁ 級 ₂	
座 ₁ 號 ₂	
姓 ₁ 名 ₂	

1. 想一想，下一個是什麼圖案？



- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 

2. 算算看看， $5000 - 3286 = ?$

- ① 1714
- ② 1824
- ③ 2714
- ④ 8286

3. 一盒自動鉛筆有 12 枝，一箱有 6 盒，文具店買進 8 箱，共買進多少枝自動鉛筆？

- ① 26 枝
- ② 48 枝
- ③ 72 枝
- ④ 576 枝

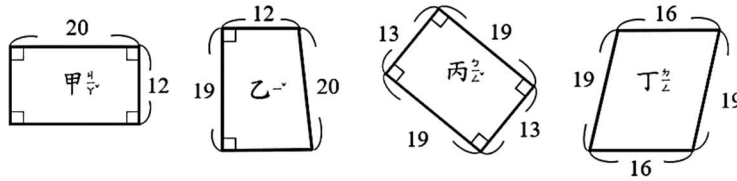
4. 林阿姨將 46 塊餅乾分裝成袋，並用除法算式

「 $46 \div 7 = 6 \cdots 4$ 」記錄分裝的結果。

下列哪個可能是林阿姨分裝餅乾的結果？

- ① 分裝成 6 袋，每袋裝 4 塊餅乾，總共裝滿了 7 袋
- ② 分裝成 7 袋，每袋裝 6 塊餅乾，可以全部裝完
- ③ 每袋裝 7 塊餅乾，總共裝滿了 4 袋，還剩下 6 塊沒有裝完
- ④ 每袋裝 7 塊餅乾，總共裝滿了 6 袋，還剩下 4 塊沒有裝完

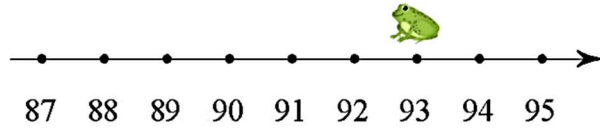
5. 下面哪些圖形是長方形？



(單位：公分)

- ① 只有丙
- ② 只有甲、丙
- ③ 只有甲、乙、丙
- ④ 只有甲、丙、丁

6. 「如圖，青蛙從位置 93 向左跳 25 格，再向右跳 39 格，最後會停在哪個位置？」

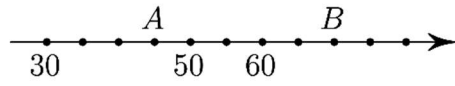


下列哪個算式和答案都正確？

- ① $93 + 25 = 118$ 、 $118 + 39 = 157$ ， 答：數字 157
- ② $93 + 25 = 118$ 、 $118 - 39 = 79$ ， 答：數字 79
- ③ $93 - 25 = 68$ 、 $68 + 39 = 107$ ， 答：數字 107
- ④ $93 - 25 = 68$ 、 $68 - 39 = 29$ ， 答：數字 29
7. 一盒原子筆有 12 枝，媽媽買了 1 盒，哥哥拿走 2 枝，姐姐拿走 $\frac{5}{12}$ 盒，請問還剩下多少原裝子筆？

- ① $\frac{5}{12}$ 盒
- ② $\frac{7}{12}$ 盒
- ③ 7 枝
- ④ 10 枝

8. 下面數線上的位置 A 和位置 B 各是多多少？



- ① 位置 A 是 49，位置 B 是 62
- ② 位置 A 是 48，位置 B 是 64
- ③ 位置 A 是 45，位置 B 是 70
- ④ 位置 A 是 40，位置 B 是 80

9. 下列哪個四位的數的千位數字比百位數字小，十位數字比個位數字大？

- ① 8921
- ② 8050
- ③ 3567
- ④ 1356

10. 請問「3 公升 2 毫升」和多少毫升一樣多？

- ① 32000 毫升
- ② 3002 毫升
- ③ 302 毫升
- ④ 32 毫升

11. 「一根長 72 公分的鐵絲，剪去 56 公分後，把剩下的鐵絲摺成一個正方形，這個正方形邊長是多多少公分？」下列哪個算式和答案都正確？

① $72 - 56 = 16$ ， 答： 16 公分

② $72 - 56 = 16$ ， $16 \div 4 = 4$ ， 答： 4 公分

③ $72 \div 4 = 18$ ， $56 - 18 = 38$ ， 答： 38 公分

④ $56 \div 4 = 14$ ， $72 - 14 = 58$ ， 答： 58 公分

12. 將一條長 574 公分的棉線，每 8 公分剪成一段，最後剩下不滿一段的棉線長多少公分？

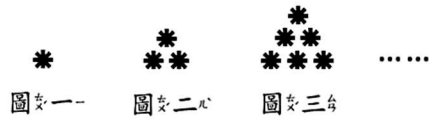
① 6 公分

② 7 公分

③ 13 公分

④ 71 公分

13. 觀察下列圖形中的排列規律，圖五中共有多少個*？



- ① 7 個
- ② 9 個
- ③ 10 個
- ④ 15 個

14. 將 1 袋糖果平均分成 3 堆，每堆大約有 300 顆糖果，下列哪個選項的答案最接近這 1 袋糖果的顆數？

- ① 748 顆
- ② 890 顆
- ③ 990 顆
- ④ 1195 顆

15. 王奶奶熬煮了 798 公克草莓果醬，全部平均分裝成 7 罐，裝草莓果醬的空罐重 105 公克，一罐果醬重多少公克？

① 114 公克

② 129 公克

③ 219 公克

④ 903 公克

16. 算算看，□ 內要填入哪個數？

$$\begin{array}{r}
 3 \square 7 \\
 \times \quad 6 \\
 \hline
 2322
 \end{array}$$

① 2

② 3

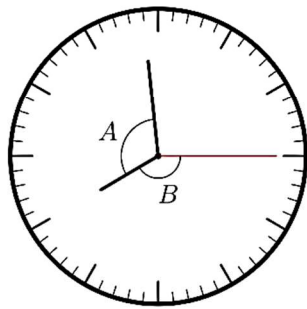
③ 7

④ 8

17. 哥哥和弟弟分別用 4 張數字卡 $\boxed{4}$ 、 $\boxed{0}$ 、 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{7}$ 排四位数。哥哥排出最大的四位数奇数，弟弟排出最小的四位数偶数，他们排出的四位数相差多少？

- ① 4329
- ② 3933
- ③ 3267
- ④ 297

18. 如图，时钟面上有时针、分针、秒针三根指针。



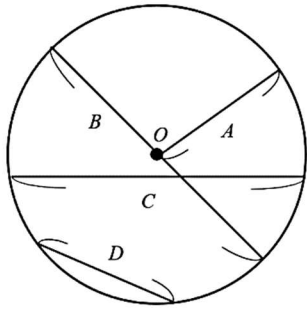
下面关于「A 角、B 角和直角」这三个角大小小的叙述，何者是正确？

- ① A 角最大，B 角最小
- ② B 角最大，A 角最小
- ③ B 角最大，直角最小
- ④ 直角最大，A 角最小

19. 四位數 5851 中，數字 8 代表的數是 800。
請問左邊的數字 5 和右邊的數字 5 所代表的數相差多少？

- ① 5749
- ② 4955
- ③ 4950
- ④ 4500

20. 下圖是一個半徑為 3 公分的圓， O 點是圓心， D 線段長為 3 公分。



甲說：分別以 A 線段和 D 線段長為半徑，畫出兩個圓一樣大。

乙說： B 線段和 C 線段都是這個圓的直徑。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲正確
- ② 只有乙正確
- ③ 甲和乙都正確
- ④ 甲和乙都不正確

21. 甲說：邊長 1 公分的正方形面積是 1 平方公分，

所以以邊長 $\frac{1}{2}$ 公分的正方形面積是

$\frac{1}{2}$ 平方公分。

乙說：把邊長 1 公分的正方形平分成 2 塊，

其中 1 塊的面積是 $\frac{1}{2}$ 平方公分。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲正確
- ② 只有乙正確
- ③ 甲和乙都正確
- ④ 甲和乙都不正確

22. 王媽媽到市場買了一顆鳳梨和一粒小玉西瓜。

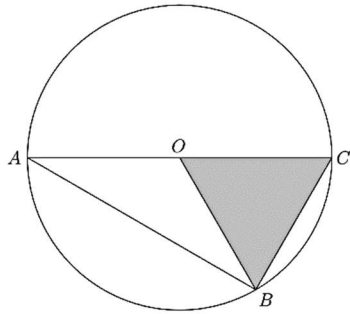
已經知道鳳梨的重量是 1800 公克，

鳳梨和小玉西瓜合起來的重量是 4 公斤 900 公克，

請問小玉西瓜重多少？

- ① 500 公克
- ② 1300 公克
- ③ 3 公斤 100 公克
- ④ 6 公斤 700 公克

23. 如圖， A 、 B 、 C 三點都在圓周上， O 是圓心，塗色部分是邊長為 5 公分的正三角形。



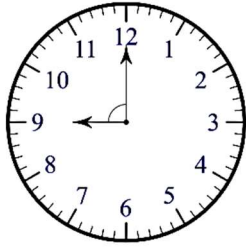
- 甲說： AB 線段比 10 公分短。
 乙說：圓的半徑是 5 公分。
 丙說： BC 線段和 OA 線段一樣長。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲、乙正確
 ② 只有甲、丙正確
 ③ 只有乙、丙正確
 ④ 甲、乙、丙都正確
24. 桌上的糖果比 100 顆多一點。老師將桌上的糖果平分給一些小朋友，最後剩下 7 顆，請問老師可能平分給多少位小朋友？

- ① 5 位
 ② 6 位
 ③ 7 位
 ④ 8 位

25. 如圖，「9 點整」時，時針和分針的夾角是直角。



下列是甲、乙兩人对時針和分針夾角的說法。

甲說：「7 點整」分針和時針的夾角比
「8 點整」小。

乙說：「2 點整」分針和時針的夾角和
「10 點整」一樣大。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲正確
- ② 只有乙正確
- ③ 甲和乙都正確
- ④ 甲和乙都不正確